

XXIII Congreso de Ecuaciones Diferenciales y  
Aplicaciones  
XIII Congreso de Matemática Aplicada

Castelló, 9–13 septiembre de 2013

---

## Programa y Resúmenes

---

Comité Organizador CEDYA2013  
Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC)  
Universitat Jaume I  
<http://www.fue.uji.es/cedya2013/>



---

## Índice general

---

---

<b>Información General</b>	5
<b>Programa del Congreso</b>	11
Conferencias plenarias	13
Sesiones especiales	14
Comunicaciones	19
Listado de comunicaciones	26
<b>Resúmenes de Conferencias Plenarias</b>	36
<b>Resúmenes de Sesiones Especiales</b>	46
<b>Resúmenes de Comunicaciones</b>	122
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	122
Álgebra Lineal Numérica	130
Control y Optimización	133
Sistemas Dinámicos	136
Ecuaciones en Derivadas Parciales	147
Análisis Numérico	173
Matemáticas Aplicadas a la Industria	202
Otros temas	205



---

## **Información General**

---

---

## **Organización**

Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC)  
Sociedad Española de Matemática Aplicada  
Departament de Matemàtiques  
Fundació Universitat Empresa (FUE)  
Universitat Jaume I

---

## **Comité Organizador**

Anna Arnal (Universitat Jaume I)  
Beatriz Campos (Universitat Jaume I)  
Fernando Casas (Universitat Jaume I)  
Cristina Chiralt (Universitat Jaume I)  
Jorge Galindo (Universitat Jaume I)  
Sergio Macario (Universitat Jaume I)  
Vicente Martínez (Universitat Jaume I)

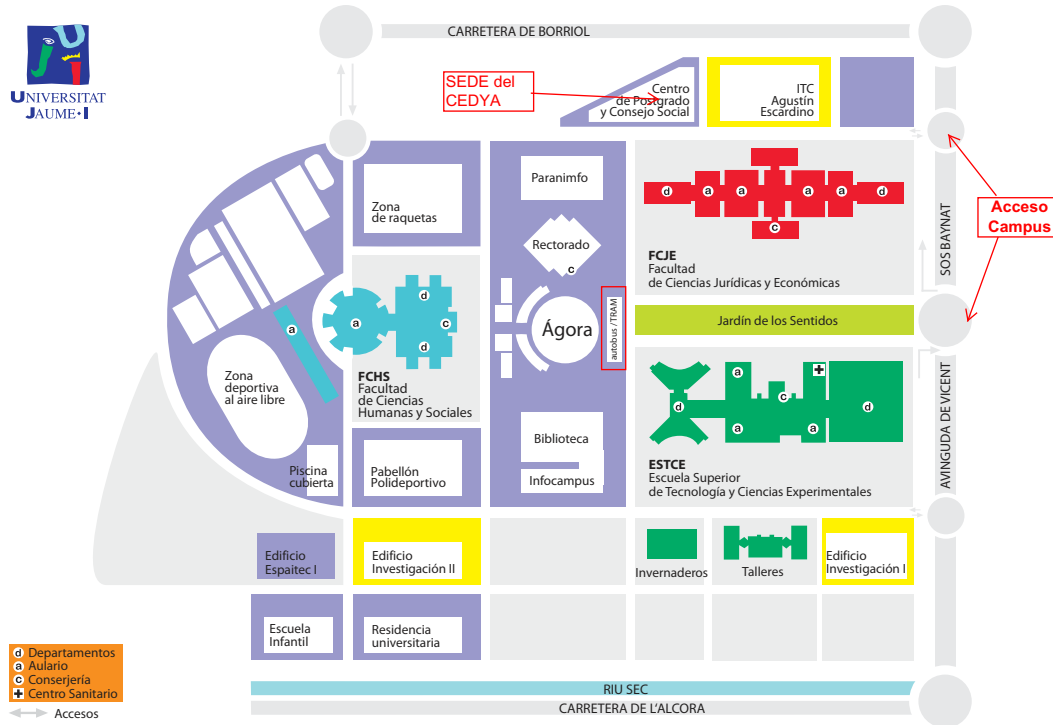
---

## **Comité Científico**

Fernando Casas (Universitat Jaume I)  
Irene Fonseca (Carnegie Mellon University)  
Peter E. Kloeden (Goethe Universität Frankfurt am Main)  
Christian Lubich (Eberhard Karls Universität Tübingen)  
Vicente Martínez (Universitat Jaume I)  
José Manuel Mazón (Universitat de València)  
Julio Moro (Universidad Carlos III)  
Tere M. Seara (Universitat Politècnica de Catalunya)  
Vladimir Sverak (University of Minnesota)  
Eleuterio F. Toro (Università degli Studi di Trento)

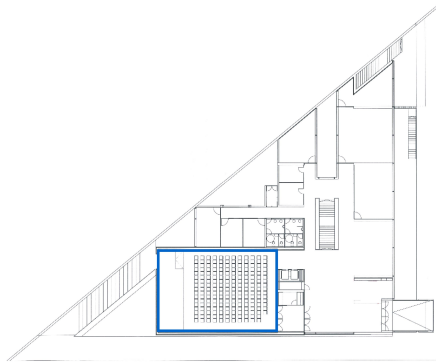
## Lugar de celebración y planos

Centro de Postgrado y Consejo Social  
 Universitat Jaume I. Avda. Sos Baynat, s/n. 12071  
 Castelló de la Plana

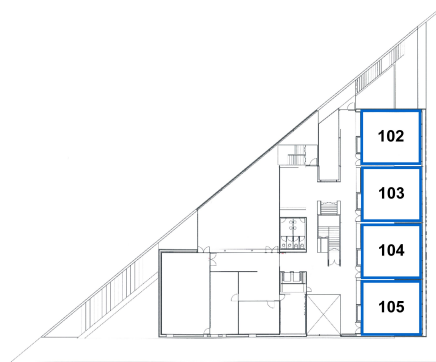


Plano del campus universitario

### Aulas del Cedyá 2013



Salón de Actos - Planta Baja



Aulas Planta 1



## Entidades Colaboradoras





---

## Programa del Congreso

---

---

HORARIO DEL CONGRESO

Lunes 9		Martes 10		Miércoles 11		Jueves 12		Viernes 13	
9:00-9:30	Registro Apertura	Plenaria 2 Fritján M. Dopico	Plenaria 4 Rosa Donat	Plenaria 6 Paul van Dooren	Plenaria 8 Juan Soler				
9:30-10:00		Plenaria 3 Michael Dumbster	Plenaria 5 Diego Córdoba	Plenaria 7 José A. Langa	Premios SEMA				
10:00-11:00	Plenaria 1 Rafael de la Llave								
11:00-11:30	SSS	SSS	SSS	SSS	SSS	SSS	SSS	SSS	SSS
11:30-13:30	SE1, SE2 SE4, SE12-I	SE7, SE10 SE12-II, SE13	SE3, SE9, SE11-I Comunicaciones VII	SE6-I, SE8-I SE11-II	SE5, SE6-II SE8-II				
13:30-15:30					Clausura				
15:30-17:30	Comunicaciones I -II	Comunicaciones IV-V	Visita turística	Comunicaciones VIII-IX					
17:30-18:00				Comunicaciones X					
18:00-19:00	Comunicaciones III	Comunicaciones VI							
	Recepción 20:00	Asamblea SEMA 19:30		Cena Oficial 20:30					

---

## Conferencias plenarias

R. DE LA LLAVE <i>Manifolds on the verge of breakdown</i> Lunes, 10:00, Salón de Actos .....	36
F. M. DOPICO <i>Highly accurate Numerical Linear Algebra</i> Martes, 9:00, Salón de Actos .....	37
M. DUMBSER <i>Recent Advances in High Order Methods for Hyperbolic PDE</i> Martes, 10:00, Salón de Actos .....	38
R. DONAT <i>Adaptive Approximation at Work</i> Miércoles, 9:00, Salón de Actos .....	39
D. CÓRDOBA <i>Water waves: splash and splat singularities.</i> Miércoles, 10:00, Salón de Actos .....	40
P. VAN DOOREN <i>Dynamical Models Explaining Social Balance</i> Jueves, 9:00, Salón de Actos .....	41
J. A. LANGA <i>Attractors for non-autonomous dynamical systems</i> Jueves, 10:00, Salón de Actos .....	42
J. SOLER <i>Pattern formation in a flux limited reaction-diffusion equation of porous media type modeling morphogenesis</i> Viernes, 9:00, Salón de Actos .....	43

## Sesiones especiales

### Modelos y métodos numéricos en finanzas cuantitativas

Organizada por Carlos Vázquez ..... 46

LUNES		11:30	Aula 102
Autor	Título		
R. Company	<i>Un nuevo enfoque numérico de la componente no local de los modelos de Lévy para la valoración de opciones</i>		
M.C. Calvo-Garrido	<i>Planes de pensiones basados en el salario medio: análisis matemático y solución numérica</i>		
L. Ortiz-Gracia	<i>Robust pricing of European options with wavelets</i>		
J. Frutos	<i>Calibración y estimación de parámetros en modelos GARCH: un método de bases reducidas</i>		

### Differential Geometric Methods in Applied Mathematics

Organizada por David Martín de Diego; Eduardo Martínez ..... 50

LUNES		11:30	Aula 103
Autor	Título		
F. Gay-Balmaz	<i>Equivalent theories of liquid crystals</i>		
C. M. Campos	<i>Partitioned Runge-Kutta -like methods applied to the Optimal Control of Mechanical Systems</i>		
H. O. Jacobs	<i>Jet groupoid particle methods for fluids</i>		
J. de Lucas	<i>Dirac-Lie systems: theory and applications</i>		

### Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing

Organizada por Francesc Aràndiga; Rosa Donat; Dionisio F. Yáñez ..... 54

MIÉRCOLES		11:30	Aula 103
Autor	Título		
S. Harizanov	<i>Stability analysis of Harten's multiresolution associated to a nonlinear subdivision operator <math>S</math></i>		
J. J. Noguera	<i>Reconstrucción interpolación aproximación para esquemas multirresolutivos</i>		
M. Santágeda	<i>Análisis de la Estabilidad de los esquemas de subdivisión Weighted-Power<sub>p</sub></i>		
J. C. Trillo	<i>High order subdivision and multiresolution schemes in the cell-average framework</i>		

**Modelos de campo de fases y aplicaciones**

Organizada por **Francisco Guillén-González; Héctor Gómez, . . . . .** 58

LUNES		11:30	Aula 104
Autor	Título		
I. Arias	<i>Phase-field modeling of fracture in electromechanical materials</i>		
A. Badillo	<i>Phase-field modeling of phase change phenomena</i>		
A. Hernández-Machado	<i>Phase-field models for the dynamic evolution of shapes in membranes</i>		
F. Guillén-González	<i>Splitting in time schemes for a Navier-Stokes-Cahn-Hilliard model for two-fluids with different densities</i>		

**Métodos numéricos para la integración temporal de problemas diferenciales**

Organizada por **Luis Rández; Juan I. Montijano . . . . .** 62

VIERNES		11:30	Salón de Actos
Autor	Título		
P. Bader	<i>Solving the Schrödinger eigenvalue problem by the imaginary time propagation technique using splitting methods with complex coefficients</i>		
S. González Pinto	<i>Métodos de tipo Rosenbrock con Jacobiano inexacto para la integración temporal de PDEs de tipo Advección Difusión Reacción</i>		
I. Higuera	<i>SSP properties for non SSP methods</i>		
Y. Khier	<i>New embedded explicit pairs of adapted Runge-Kutta methods</i>		

**EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones (I)**

Organizada por **Pep Mulet; José M. Gallardo, . . . . .** 66

JUEVES		11:30	Aula 103
Autor	Título		
S. Ortega	<i>Un esquema de volúmenes finitos de Shallow-Water de tipo WAF. Aplicación para la simulación de inundaciones costeras</i>		
F. Vecil	<i>A semi-Lagrangian AMR scheme for 2D transport problems in conservation form</i>		
E. D. Fernández-Nieto	<i>PVM-2U-FL: un esquema de volúmenes finitos con limitadores de flujo de segundo orden y bajo coste computacional</i>		
P. González de Alaiza,	<i>El operador splitting aplicado a las ecuaciones hiperbólicas con términos fuente</i>		

**EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones (II)**

Organizada por Pep Mulet; José M. Gallardo, .....70

VIERNES		11:30	Aula 103
Autor	Título		
T. Morales de Luna	<i>Simulación de transporte de sedimentos mediante arrastre en aguas someras</i>		
M. C. Martí	<i>Biased flux splittings for reducing oscillations in component-wise finite difference WENO schemes</i>		
F. Guerrero	<i>A model for 3-phase flow in a homogeneous porous medium under vertical equilibrium</i>		
C. Sánchez	<i>Análisis de la incertidumbre en los datos para un modelo de avalancha submarina</i>		

**Éxitos de la Matemática Industrial en España**

Organizada por Alfredo Bermúdez de Castro, Peregrina Quintela .....75

MARTES		11:30	Aula 102
Autor	Título		
C. Vázquez	<i>Transferencia de herramientas matemáticas y computacionales para valorar productos financieros</i>		
J.L. Ferrín	<i>Simulación numérica en una central térmica de carbón pulverizado</i>		
J. Carpio	<i>Un esquema adaptivo semilagrangiano con elementos finitos anisótropos para la resolución de problemas de combustión</i>		
E. Fernández-Cara	<i>A global optimization approach to the design of solar power plants</i>		
J. García San Luis	<i>El papel de la matemática industrial y la computación en la investigación en el sector energético. Una perspectiva</i>		

**Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales (I)**

Organizada por Vicente F. Candela; Antonio Marquina; Rosa M. Peris ... 81

JUEVES		11:30	Aula 102
Autor	Título		
A. A. Magreñán	<i>Estudio de las dinámicas reales del método de Newton amortiguado aplicado a polinomios cúbicos</i>		
M. F. Abad	<i>Métodos iterativos para optimizar el software de los receptores GPS</i>		
P. D. Romero	<i>Convergencia del modelo de deconvolución basado en la regulación fraccionaria del operador laplaciano</i>		
J. A. Ezquerro	<i>Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales y no diferenciables mediante el método de Steffensen</i>		



**Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales (II)**

Organizada por Vicente F. Candela; Antonio Marquina; Rosa M. Peris . . . 86

VIERNES		11:30	Aula 102
Autor	Título		
P. Vidal	<i>Mapa de contornos a partir del modelo de detección de Chan-Vese</i>		
S. Amat	<i>On a class of three-point cell-average multiresolution schemes</i>		
S. Busquier	<i>Improving the dynamics of classical Steffensen-type methods</i>		
D. F. Yáñez	<i>Non-consistent multiresolution operators in the cell-average Framework</i>		

**Precondicionadores y métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales y aplicaciones**

Organizada por José Mas; José Marín Mateos-Aparicio . . . . . 90

MIÉRCOLES		11:30	Aula 104
Autor	Título		
J. Marín	<i>Un algoritmo de compresión de bloques para el cálculo de factorizaciones incompletas LU</i>		
J. Más	<i>Precondicionadores para problemas de mínimos cuadrados</i>		
J. Cerdán	<i>Actualización de preconditionadores basados en la descomposición ISM</i>		
D. Ginestar	<i>Precondicionadores espectrales para la ecuación de la difusión neutrónica dependiente del tiempo</i>		

**Integración geométrica de ecuaciones en derivadas parciales**

Organizada por Isafías Alonso-Mallo; Begoña Cano . . . . . 94

MARTES		11:30	Aula 103
Autor	Título		
M.J. Moreta	<i>Resolución numérica eficiente de ecuaciones de segundo orden en tiempo mediante métodos multipaso coseno simétricos</i>		
N. Reguera	<i>Generación dinámica de ondas solitarias</i>		
I. Alonso-Mallo	<i>Integración simpléctica y condiciones de frontera absorbentes. Estudio del caso para la ecuación de ondas</i>		
B. Cano	<i>Estabilidad numérica al integrar ondas planas de la ecuación de Schrödinger con algunos métodos explícitos</i>		

**Matemáticas del Planeta Tierra (I)**

Organizada por Tomás Chacón; Carlos Parés ..... 98

<b>MIÉRCOLES</b>		<b>11:30</b>	Salón de Actos
<b>Autor</b>	<b>Título</b>		
C. Rodríguez	<i>Control óptimo de la sedimentación en ríos y canales</i>		
J. Macías	<i>Un modelo 1D NPZ de acoplamiento entre la hidrodinámica y los flujos biogeoquímicos en estrechos bicapa. Aplicación a la dinámica mareal en el Estrecho de Gibraltar</i>		
J. M. González	<i>Modeling the 1958 Lituya Bay mega-tsunami with a PVM-IFCP GPU-based model</i>		
M. E. Vázquez-Cendón	<i>El modelo Iber: una herramienta de modelización de las aguas someras</i>		

**Matemáticas del Planeta Tierra (II)**

Organizada por Tomás Chacón; Carlos Parés ..... 103

<b>JUEVES</b>		<b>11:30</b>	Salón de Actos
<b>Autor</b>	<b>Título</b>		
N. Calvo	<i>Comparación de modelos de balance de energía en grandes masas de hielo: entalpía frente a temperatura</i>		
A. Castro	<i>Soluciones singulares del problema de Muskat</i>		
L. Ferragut	<i>Fire Modelling: Simulation of a real case</i>		
G. Pagnini	<i>A model of wildland fire propagation including random effects by turbulence and fire spotting</i>		

**Sistemas Dinámicos (I)**

Organizada por Lluís Alsedà; Tere M. Seara ..... 107

<b>LUNES</b>		<b>11:30</b>	Salón de Actos
<b>Autor</b>	<b>Título</b>		
À. Jorba	<i>Controlling Solar sails using invariant manifolds</i>		
C. Núñez	<i>Applicability of the nonautonomous Yakubovich Frequency Theorem</i>		
E. Ponce	<i>Tres ciclos límite en sistemas planos bi-lineales</i>		
M. Guardia	<i>Growth of Sobolev norms for the cubic NLS with a convolution potential</i>		

**Sistemas Dinámicos (II)**

Organizada por Lluís Alsedà; Tere M. Seara ..... 112

<b>MARTES</b>		<b>11:30</b>	Salón de Actos
<b>Autor</b>	<b>Título</b>		
J. M. Mondelo	<i>Aplicación a misiones a asteroides</i>		
A. Cima	<i>Entropía algebraica de aplicaciones biracionales en el plano</i>		
S. Ibáñez	<i>Chaotic dynamics in unfoldings of Hopf-zero singularities</i>		
D. Juher	<i>Problemas extremales para la entropía de ciclos en árboles</i>		

### Polinomios Matriciales

Organizada por Agurtzane Amparan; Silvia Marcaida; Fernando de Terán 116

MARTES		11:30	Aula 104
Autor	Título		
I. de Hoyos	<i>Polynomial matrix representations applied to the prescription of controllability indices</i>		
A. Amparan	<i>A local study of coprimeness of polynomial matrices</i>		
F. de Terán	<i>Spectral equivalente of Matrix Polynomials, the Index Sum Theorem and consequences</i>		
V. Noferini	<i>Duality of matrix pencils and linearizations</i>		

### Comunicaciones

LUNES		15:30–16:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
15:30	V. Domínguez	<i>Sobolev estimates for an interpolation operator on the sphere with an application to numerical computation of a class of highly oscillatory integrals</i>	173
15:50	J. Durany	<i>Análisis numérico de flujos turbulentos 2D y 3D en lubricación hidrodinámica de cojinetes de empuje</i>	174
16:10	V. J. García Garrido	<i>The effects of charge and electric fields on viscous rotating drops</i>	175

LUNES		15:30–16:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
15:30	Sergio Segura de León	<i>Funciones de menor gradiente</i>	147
15:50	José Valero	<i>Comportamiento asintótico de las soluciones de un sistema logístico infinito</i>	148
16:10	Silvia Sastre-Gómez	<i>Nonlinear nonlocal reaction-diffusion equations</i>	149

LUNES		15:30–16:30	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
15:30	A. Barreras	<i>Cálculos precisos con matrices estructuradas</i>	130
15:50	Isabel Giménez	<i>La matriz combinada de una H-matriz no singular es también una H-matriz</i>	131
16:10	Carmen Campos	<i>Pseudo-Lanczos con Reinicio para la Resolución de Problemas de Valores Propios Generalizados Simétricos Indefinidos en SLEPc</i>	132

LUNES		15:30–16:10	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
15:30	Elisabeth García-Medina	<i>Diagramas de bifurcación de órbitas periódicas en sistemas lineales a trozos</i>	136
15:50	Victoriano Carmona	<i>Semiaplicaciones de Poincaré en sistemas lineales a trozos vía factores integrantes inversos</i>	137

LUNES		16:30–17:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
16:30	A. M. Portillo	<i>Numerical solution of coupled wave equations with absorbing boundary conditions and geometric integration</i>	176
16:50	Rafael Benítez	<i>Collocation methods for nonlinear homogeneous Volterra-Hammerstein integral equations.</i>	177
17:10	Vicente J. Bolós	<i>The wavelet scalogram in the study of time series</i>	178

LUNES		16:30–17:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
16:30	Marko A. Rojas-Medar	<i>Nonhomogeneous asymmetric flow under friction-type boundary conditions</i>	150
16:50	Carlos Quesada González	<i>Perturbation and regularization for some fourth order parabolic differential equations</i>	152
17:10	López, J.A.	<i>Estudio de errores en la integración del problema de dos cuerpos, mediante el uso de anomalías de Sundman</i>	153

LUNES		16:30–17:10	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
16:30	Luis J. Claros-Marfil	<i>Modelization of an experimental solar test box equipped with a water-flow based window</i>	202
16:50	M. Lezaun	<i>Optimización del proceso de soldadura en la fabricación de cadenas offshore</i>	203

LUNES		16:30–17:30	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
16:30	Soledad Fernández-García	<i>Perturbación de un cono invariante foliado de órbitas periódicas</i>	138
16:50	M.E. Montoro	<i>Estudio topológico de la controlabilidad en los sistemas bimodales</i>	139
17:10	Elísabet Vela	<i>Despliegue de la bifurcación fold-Hopf en sistemas continuos, lineales a trozos, con simetría</i>	140

LUNES		18:00–19:00	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
18:00	F. J. Gaspar	<i>An Uzawa-type smoother for the generalized Stokes equations</i>	179
18:20	C. Rodrigo	<i>Designing efficient multigrid algorithms for vector problems on triangular grids</i>	180
18:40	Gerardo Pérez Villalón	<i>Cálculo de coeficientes wavelets a partir de medias locales</i>	181

LUNES		18:00–19:00	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
18:00	P. M. López-Pérez	<i>A priori Error Estimation for Partition of the Unity Finite Element Solutions of the Helmholtz Equation</i>	154
18:20	Alfonso C. Casal	<i>On a nonlinear variation of constants formula and its application to the control of blowing-up trajectories</i>	155
18:40	F. Maestre	<i>Homogeneización y corrector para la ecuación de ondas con coeficientes periódicos</i>	156

LUNES		18:00–19:00	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Sonia Tarragona	<i>Analysis of functional output-controllability of time-invariant singular linear systems</i>	205
18:20	Ana M. Urbano	<i>Alta precisión relativa para matrices totalmente no positivas</i>	206
18:40	Rafael Cantó	<i>Estabilidad de sistemas positivos en tiempo discreto</i>	207

LUNES		18:00–19:00	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Begoña Cantó	<i>Modelo matemático para el análisis de un proceso infeccioso estacional</i>	208
18:20	Héctor Raúl Fernández Morales	<i>Teoría de muestreo en espacios unitariamente invariantes</i>	209
18:40	Pedro Pagola	<i>Nuevos desarrollos convergentes de las funciones hipergeométricas <math>{}_p+1F_p</math></i>	210

MARTES		15:30–16:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
15:30	E. Hernández	<i>Control activo de vibraciones en un problema acústico de interacción fluido estructura</i>	182
15:50	J. M. Cascón	<i>Un AFEM para el operador de Laplace-Beltrami sobre superficies paramétricas</i>	183
16:10	A. Engdahl Y.	<i>Aplicación de bases reducidas al modelo de alta definición local 2.5D del viento</i>	184

MARTES		15:30–16:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
15:30	Francisco Ortegón Gallego	<i>Soluciones débiles de un sistema en régimen armónico no uniformemente elíptico</i>	157
15:50	Manuel Villanueva Pesqueira	<i>Dominios finos con frontera oscilante</i>	158
16:10	Esperanza Santamaría	<i>Distancia de atractores en dominios finos</i>	159

MARTES		15:30–16:30	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
15:30	Xabier Santallusia	<i>Universal centers in the trigonometric Abel equation</i>	122
15:50	Jaume Giné	<i>Center conditions for nilpotent and degenerate singular points</i>	123
16:10	Isaac A. García	<i>Continua of T-periodic solutions for T-periodic dynamical systems</i>	124

MARTES		15:30–16:30	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
15:30	P. Vindel	<i>Grafos y asas gordas para flujos Morse-Smale no singulares</i>	141
15:50	J. Clotet	<i>Controlabilidad de sistemas lineales conmutados singulares</i>	142
16:10	I. Checa	<i>Characterizing Orbital-Reversibility of Vector Fields through Normal Forms</i>	143

MARTES		16:30–17:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
16:30	J.F. Garamendi	<i>High Dimensional Non-Euclidean Total Variation Inpainting for DW Images</i>	185
16:50	A. Balaguer-Beser	<i>Un esquema centrado de alto orden que resuelve el problema del transporte de sedimentos en canales con geometría irregular</i>	186
17:10	A. Martínez-Gavara	<i>Un esquema de relajación para las ecuaciones de aguas someras</i>	187

MARTES		16:30–17:10	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
16:30	L. Tello	<i>Sobre un modelo de cubierta vegetal</i>	160
16:50	A. Balaguer-Beser	<i>Un esquema centrado de alto orden que resuelve el problema del transporte de sedimentos en canales con geometría irregular</i>	186

MARTES		16:30–17:10	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
16:30	E. Castillo-Montiel	<i>Modelo matemático de la inmunoterapia en ratones con melanoma</i>	125
16:50	Igor Kondrashuk	<i>Explicit solution of the renormalization group equation</i>	126

MARTES		16:30–17:30	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
16:30	Johanna D. García-Saldaña	<i>Sobre la estabilidad del origen en una familia 1-paramétrica de sistemas diferenciales en el plano</i>	144
16:50	Marta Canadell	<i>Parameterization method for computing quasi-periodic Normally Hyperbolic Invariant Tori</i>	145
17:10	F. Rivero	<i>Ecuación no lineal de Schrödinger en un lattice infinito</i>	146

MARTES		18:00–18:40	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
18:00	A. Durán	<i>Convergencia orbital en algoritmos de punto fijo para sistemas de ecuaciones no lineales con simetrías</i>	188
18:20	José R. Fernández	<i>Análisis matemático de un modelo de surfactantes con la isoterma de Henry</i>	189

MARTES		18:00–18:40	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Julia García-Luengo	<i>Existencia de atractores pullback para un modelo de Navier–Stokes–Voigt en <math>\mathbb{R}^3</math></i>	162
18:20	G. Vigliano	<i>Sobre la existencia y unicidad de un problema elíptico asociado al equilibrio de una membrana</i>	163

MARTES		18:00–19:00	Aula 104
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Susanna Maza	<i>Characterizing centers on center manifolds in <math>\mathbb{R}^3</math> via Lie symmetries</i>	127
18:20	A. Arnal	<i>Un nuevo procedimiento para calcular la descomposición polar analítica de una matriz</i>	128
18:40	Cristina Chiralt	<i>Construcción algorítmica de la transformación de Lyapunov en sistemas lineales periódicos</i>	129

MARTES		18:00–19:00	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
18:00	F. Periago	<i>Shape optimization for a stochastic elliptic partial differential equation</i>	133
18:20	C. Pérez	<i>Un nuevo método para la estabilización de sistemas lineales cambiantes</i>	134
18:40	Diego A. Souza	<i>Uniform local null control of some <math>\alpha</math>-model</i>	135

MIÉRCOLES		11:30–12:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
11:30	Tomás Barrios	<i>Métodos de elementos finitos estabilizados para una formulación basada en momentos de flexión de las ecuaciones de Rössner-Mindlin</i>	190
11:50	R. Bustinza	<i>Two low cost a posteriori error estimates for an augmented mixed formulation of the generalized Stokes problem</i>	191
12:10	N. Boal	<i>Numerical analysis of the linear thermoporoelasticity model</i>	192

JUEVES		15:30–16:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
15:30	A. González	<i>Análisis del equilibrio de membranas a tracción por medio de un problema de frontera libre</i>	193
15:50	Arturo Hidalgo	<i>Esquemas numéricos ADER de alto orden para un modelo de aterosclerosis</i>	194
16:10	J. M. Gallardo	<i>Incomplete Riemann solvers based on rational approximations</i>	195

JUEVES		15:30–16:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
15:30	José C. Sabina de Lis	<i>Multiplicidad de soluciones en un problema de reacción y difusión</i>	164
15:50	Cristian Morales Rodrigo	<i>Un modelo de angiogenesis tumoral con términos de quimiotaxis y haptotaxis</i>	165
16:10	J.F. Padial	<i>On the free-boundary for an elliptic inverse nonlocal problem arising in nuclear fusion. A numerical approach</i>	166

JUEVES		15:30–16:10	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
15:30	E. Schiavi	<i>Medical Image Super-Resolution</i>	211
15:50	A. Jiménez-Casas	<i>Sobre un modelo de tráfico en una red</i>	212

JUEVES		16:30–17:30	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
16:30	María Victoria Redondo Neble	<i>A second-order pressure segregation scheme for the 3D Navier-Stokes equations via an incremental pressure projection method</i>	196
16:50	J. Rafael Rodríguez Galván	<i>Time-Splitting Schemes for some Variants of Navier-Stokes Equations related to Oceanography</i>	197
17:10	Carles Teruel	<i>Dynamics of some iterative methods for nonlinear systems</i>	198



JUEVES		16:30–17:30	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
16:30	José Carmona Tapia	<i>Quasilinear elliptic operators with quadratic gradient terms and related Gelfand type problems</i>	167
16:50	Susana Merchán	<i>Existence of solution of an elliptic and parabolic problem with some potential involved</i>	168
17:10	Rosa Pardo	<i>Fenómenos de localización en una ecuación logística degenerada</i>	169

JUEVES		16:30–17:30	Aula 103
Hora	Autor	Título	Página
16:30	Alicia Herrero	<i>Proyectores de grupo no negativos y órdenes parciales</i>	213
16:50	Juan Belmonte-Beitia	<i>Effective particle method for traveling wave solutions of the Fisher-Kolmogorov equation: Applications to brain tumor dynamics</i>	214
17:10	Néstor Thome	<i>Further considerations on minus, star, and sharp partial orders on matrices</i>	215

JUEVES		18:00–19:00	Salón de Actos
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Isabel Cordero-Carión	<i>Partially implicit Runge-Kutta methods for wave-like equations in spherical-type coordinates</i>	199
18:20	Damián Castaño	<i>Vórtices y su intensidad en un dominio cilíndrico con calentamiento localizado</i>	200
18:40	Muaz Seydaoglu	<i>High-order splitting methods for separable non-autonomous parabolic equations</i>	201

JUEVES		18:00–19:00	Aula 102
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Pedro J. Martínez-Aparicio	<i>Existence and nonexistence results for elliptic problems with singular quadratic gradient terms</i>	170
18:20	E. Cuesta	<i>Blow up para ecuaciones no lineales de tipo hiperbólico con varias variables temporales</i>	171
18:40	A. M. Márquez-Durán	<i>Existencia, unicidad y comportamiento asintótico de las soluciones de una ecuación de difusión no clásica con retardo</i>	172

JUEVES		18:00–18:20	Aula 105
Hora	Autor	Título	Página
18:00	Leila Lebtahi	<i>Solución explícita del problema del valor propio inverso para matrices <math>J</math>-hamiltonianas</i>	216

## Listado de comunicaciones por secciones

### Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- JAUME GINÉ, MAITE GRAU, XAVIER SANTALLUSIA  
*Universal centers in the trigonometric Abel equation*  
 Martes, 15:30, Aula 104 ..... 122
- JAUME GINÉ, MAITE GRAU, SET PÉREZ-GONZÁLEZ  
*Center conditions for nilpotent and degenerate singular points*  
 Martes, 15:50, Aula 104 ..... 123
- ISAAC A. GARCÍA, ADRIANA BUICĂ  
*Continua of T-periodic solutions for T-periodic dynamical systems*  
 Martes, 16:10, Aula 104 ..... 124
- E. CASTILLO-MONTIEL, J. C. CHIMAL-EGUÍA, JOSE I. TELLO  
*Modelo matemático de la inmunoterapia en ratones con melanoma*  
 Martes, 16:30, Aula 104 ..... 125
- IGOR KONDRASHUK, GORAZD CVETIC  
*Explicit solution of the renormalization group equation*  
 Martes, 16:50, Aula 104 ..... 126
- SUSANNA MAZA, ISAAC A. GARCÍA, DOUGLAS S. SHAFER  
*Characterizing centers on center manifolds in  $\mathbb{R}^3$  via Lie symmetries*  
 Martes, 18:00, Aula 104 ..... 127
- A. ARNAL, F. CASAS  
*Un nuevo procedimiento para calcular la descomposición polar analítica de una matriz*  
 Martes, 18:20, Aula 104 ..... 128
- C. CHIRALT, F. CASAS  
*Construcción algorítmica de la transformación de Lyapunov en sistemas lineales periódicos*  
 Martes, 18:40, Aula 104 ..... 129

### Álgebra Lineal Numérica

- A. BARRERAS, J.M. PEÑA  
*Cálculos precisos con matrices estructuradas*  
 Lunes, 15:30, Aula 104 ..... 130
- ISABEL GIMÉNEZ, RAFAEL BRU, MARÍA TERESA GASSÓ, MÁXIMO SANTANA  
*La matriz combinada de una H-matriz no singular es también una H-matriz*  
 Lunes, 15:50, Aula 104 ..... 131

CARMEN CAMPOS, JOSÉ E. ROMÁN  
*Pseudo-Lanczos con Reinicio para la Resolución de Problemas de Valores Propios Generalizados Simétricos Indefinidos en SLEPc*  
 Lunes, 16:10, Aula 104 ..... 132

**Control y Optimización**

F. PERIAGO, M. KESSLER, J. MARTÍNEZ  
*Shape optimization for a stochastic elliptic partial differential equation*  
 Martes, 18:00, Aula 103 ..... 133

C. PÉREZ, F. BENÍTEZ  
*Un nuevo método para la estabilización de sistemas lineales cambiantes*  
 Martes, 18:20, Aula 103 ..... 134

FÁGNER D. ARARUNA, ENRIQUE FERNÁNDEZ-CARA, DIEGO A. SOUZA  
*Uniform local null control of some  $\alpha$ -model*  
 Martes, 18:40, Aula 103 ..... 135

**Sistemas Dinámicos**

ELISABETH GARCÍA-MEDINA, VICTORIANO CARMONA, FERNANDO FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, ANTONIO E. TERUEL  
*Diagramas de bifurcación de órbitas periódicas en sistemas lineales a trozos*  
 Lunes, 15:30, Aula 103 ..... 136

VICTORIANO CARMONA, FERNANDO FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, ELISABETH GARCÍA-MEDINA  
*Semiaplicaciones de Poincaré en sistemas lineales a trozos vía factores integrantes inversos*  
 Lunes, 15:50, Aula 103 ..... 137

SOLEDAD FERNÁNDEZ-GARCÍA, VICTORIANO CARMONA CENTENO Y EMILIO FREIRE MACÍAS  
*Perturbación de un cono invariante foliado de órbitas periódicas*  
 Lunes, 16:30, Aula 103 ..... 138

M.D. MAGRET, M.E. MONTORO, F. PUERTA, X. PUERTA  
*Estudio topológico de la controlabilidad en los sistemas bimodales*  
 Lunes, 16:50, Aula 103 ..... 139

ELÍSABET VELA, ENRIQUE PONCE, JAVIER ROS  
*Despliegue de la bifurcación fold-Hopf en sistemas continuos, lineales a trozos, con simetría*  
 Lunes, 17:10, Aula 103 ..... 140

P. VINDEL, B. CAMPOS  
*Grafos y asas gordas para flujos Morse-Smale no singulares*  
 Martes, 15:30, Aula 103 ..... 141

<u>J. CLOTET</u> , M.D. MAGRET, M.E. MONTORO <i>Controlabilidad de sistemas lineales conmutados singulares</i> Martes, 15:50, Aula 103 .....	142
<u>I. CHECA</u> , A. ALGABA, C. GARCÍA, E. GAMERO <i>Characterizing Orbital-Reversibility of Vector Fields through Normal Forms</i> Martes, 16:10, Aula 103 .....	143
<u>JOHANNA D. GARCÍA-SALDAÑA</u> , ARMENGOL GASULL, HECTOR GIACOMINI <i>Sobre la estabilidad del origen en una familia 1-paramétrica de sistemas diferenciales en el plano</i> Martes, 16:30, Aula 103 .....	144
<u>MARTA CANADELL</u> , ÀLEX HARO <i>Parameterization method for computing quasi-periodic Normally Hyperbolic Invariant Tori</i> Martes, 16:50, Aula 103 .....	145
<u>F. RIVERO</u> , P. PANAYOTAROS <i>Ecuación no lineal de Schrödinger en un lattice infinito</i> Martes, 17:10, Aula 103 .....	146

### **Ecuaciones en Derivadas Parciales**

<u>JOSÉ M. MAZÓN</u> , JULIO D. ROSSI, <u>SERGIO SEGURA DE LEÓN</u> <i>Funciones de menor gradiente</i> Lunes, 15:30, Aula 102 .....	147
<u>TOMÁS CARABALLO</u> , FRANCISCO MORILLAS, <u>JOSÉ VALERO</u> <i>Comportamiento asintótico de las soluciones de un sistema logístico infinito</i> Lunes, 15:50, Aula 102 .....	148
<u>ANÍBAL RODRÍGUEZ-BERNAL</u> , <u>SILVIA SASTRE-GÓMEZ</u> <i>Nonlinear nonlocal reaction-diffusion equations</i> Lunes, 16:10, Aula 102 .....	149
<u>PABLO BRAZ E SILVA</u> , <u>MARKO A. ROJAS-MEDAR</u> , FABIO VITORIANO E SILVA <i>Nonhomogeneous asymmetric flow under friction-type boundary conditions</i> Lunes, 16:30, Aula 102 .....	150
<u>CARLOS QUESADA GONZÁLEZ</u> , ANÍBAL RODRÍGUEZ BERNAL <i>Perturbation and regularization for some fourth order parabolic differential equations</i> Jueves, 16:50, Aula 102 .....	152
<u>LÓPEZ, J.A.</u> , MARCO, F.J., MARTÍNEZ, M.J. <i>Estudio de errores en la integración del problema de dos cuerpos, mediante el uso de anomalías de Sundman</i> Lunes, 17:10, Aula 102 .....	153

P. M. LÓPEZ-PÉREZ, L. HERVELLA-NIETO, A. PRIETO  
*A priori Error Estimation for Partition of the Unity Finite Element Solutions of the Helmholtz Equation*  
 Lunes, 18:00, Aula 102 ..... 154

ALFONSO C. CASAL, JESUS ILDEFONSO DÍAZ, JOSE M. VEGAS  
*On a nonlinear variation of constants formula and its application to the control of blowing-up trajectories*  
 Lunes, 18:20, Aula 102 ..... 155

J. CASADO-DÍAZ, J. COUCE-CALVO, F. MAESTRE, J.D. MARTÍN GÓMEZ  
*Homogeneización y corrector para la ecuación de ondas con coeficientes periódicos*  
 Lunes, 18:40, Aula 102 ..... 156

MARÍA TERESA GONZÁLEZ MONTESINOS, FRANCISCO ORTEGÓN GALLEGO  
*Soluciones débiles de un sistema en régimen armónico no uniformemente elíptico*  
 Martes, 15:30, Aula 102 ..... 157

JOSÉ M. ARRIETA, MANUEL VILLANUEVA PESQUEIRA  
*Dominios finos con frontera oscilante*  
 Martes, 15:50, Aula 102 ..... 158

JOSÉ M ARRIETA, ESPERANZA SANTAMARÍA  
*Distancia de atractores en dominios finos*  
 Martes, 16:50, Aula 102 ..... 159

L. TELLO, M.L. VILAR  
*Sobre un modelo de cubierta vegetal*  
 Martes, 16:30, Aula 102 ..... 160

P. BRAZ E SILVA, L. FRIZ, M. ROJAS-MEDAR  
*Exponential stability of the magneto-micropolar fluids*  
 Martes, 17:10, Aula 102 ..... 161

JULIA GARCÍA-LUENGO, PEDRO MARÍN-RUBIO, JOSÉ REAL  
*Existencia de atractores pullback para un modelo de Navier–Stokes–Voigt en  $\mathbb{R}^3$*   
 Martes, 18:00, Aula 102 ..... 162

Á. GONZÁLEZ, J. MURCIA, G. VIGLIALORO  
*Sobre la existencia y unicidad de un problema elíptico asociado al equilibrio de una membrana*  
 Martes, 18:40, Aula 102 ..... 163

JORGE GARCÍA MELIÁN, JULIO D. ROSSI, JOSÉ C. SABINA DE LIS  
*Multiplicidad de soluciones en un problema de reacción y difusión*  
 Jueves, 15:30, Aula 102 ..... 164

CRISTIAN MORALES RODRIGO  
*Un modelo de angiogenesis tumoral con términos de quimiotaxis y haptotaxis*  
 Jueves, 15:50, Aula 102 ..... 165

J.F. PADIAL

*On the free-boundary for an elliptic inverse nonlocal problem arising in nuclear fusion. A numerical approach*

Jueves, 16:10, Aula 102 ..... 166

DAVID ARCOYA ÁLVAREZ, JOSÉ CARMONA TAPIA, PEDRO J. MARTÍNEZ APARICIO

*Quasilinear elliptic operators with quadratic gradient terms and related Gelfand type problems*

Jueves, 16:30, Aula 102 ..... 167

SUSANA MERCHÁN, LUIGI MONTORO, IRENEO PERAL

*Existence of solution of an elliptic and parabolic problem with some potential involved*

Jueves, 16:50, Aula 102 ..... 168

JOSÉ M. ARRIETA, ROSA PARDO, ANIBAL RODRÍGUEZ-BERNAL

*Fenómenos de localización en una ecuación logística degenerada*

Jueves, 17:10, Aula 102 ..... 169

JOSÉ CARMONA, PEDRO J. MARTÍNEZ-APARICIO, ANTONIO SUÁREZ

*Existence and nonexistence results for elliptic problems with singular quadratic gradient terms*

Jueves, 18:00, Aula 102 ..... 170

E. CUESTA, M. KIRANE

*Blow up para ecuaciones no lineales de tipo hiperbólico con varias variables temporales*

Jueves, 18:20, Aula 102 ..... 171

T. CARABALLO, A. M. MÁRQUEZ-DURÁN

*Existencia, unicidad y comportamiento asintótico de las soluciones de una ecuación de difusión no clásica con retardo*

Jueves, 18:40, Aula 102 ..... 172

### **Análisis Numérico**

V. DOMÍNGUEZ, M. GANESH

*Sobolev estimates for an interpolation operator on the sphere with an application to numerical computation of a class of highly oscillatory integrals*

Lunes, 15:30, Salón de Actos ..... 173

J. DURANY, J. PEREIRA-PÉREZ, F. VARAS

*Análisis numérico de flujos turbulentos 2D y 3D en lubricación hidrodinámica de cojinetes de empuje*

Lunes, 15:50, Salón de Actos ..... 174

V. J. GARCÍA GARRIDO, M. A. FONTELOS

*The effects of charge and electric fields on viscous rotating drops*

Lunes, 16:10, Salón de Actos ..... 175

<u>A. M. PORTILLO, I. ALONSO-MALLO</u> <i>Numerical solution of coupled wave equations with absorbing boundary conditions and geometric integration</i>	
Lunes, 16:30, Salón de Actos .....	176
<u>RAFAEL BENÍTEZ, VICENTE J. BOLÓS</u> <i>Collocation methods for nonlinear homogeneous Volterra-Hammerstein integral equations.</i>	
Lunes, 16:50, Salón de Actos .....	177
<u>RAFAEL BENÍTEZ, VICENTE J. BOLÓS</u> <i>The wavelet scalogram in the study of time series</i>	
Lunes, 17:10, Salón de Actos .....	178
<u>F.J. GASPAR, Y. NOTAY, C.W. OOSTERLEE, C. RODRIGO</u> <i>An Uzawa-type smoother for the generalized Stokes equations</i>	
Lunes, 18:00, Salón de Actos .....	179
<u>F.J. GASPAR, F.J. LISBONA, C. RODRIGO</u> <i>Designing efficient multigrid algorithms for vector problems on triangular grids</i>	
Lunes, 18:20, Salón de Actos .....	180
<u>GERARDO PÉREZ VILLALÓN, ALBERTO PORTAL RUIZ</u> <i>Cálculo de coeficientes wavelets a partir de medias locales</i>	
Lunes, 18:40, Salón de Actos .....	181
<u>E. HERNÁNDEZ, C. DOMÍNGUEZ</u> <i>Control activo de vibraciones en un problema acústico de interacción fluido estructura</i>	
Martes, 15:30, Salón de Actos .....	182
<u>A. BONITO, J. M. CASCÓN, P. MORÍN, R. NOCHETTO</u> <i>Un AFEM para el operador de Laplace-Beltrami sobre superficies paramétricas</i>	
Martes, 15:50, Salón de Actos .....	183
<u>J. M. CASCÓN, A. ENGDAHL Y., L. FERRAGUT</u> <i>Aplicación de bases reducidas al modelo de alta definición local 2.5D del viento</i>	
Martes, 16:10, Salón de Actos .....	184
<u>C. BARILLOT, J.F. GARAMENDI, E. SCHIAVI</u> <i>High Dimensional Non-Euclidean Total Variation Inpainting for DW Images</i>	
Martes, 16:30, Salón de Actos .....	185
<u>A. BALAGUER-BESER, M.T. CAPILLA, B. NÁCHER-RODRÍGUEZ, F.J. VALLÉS-MORÁN</u> <i>Un esquema centrado de alto orden que resuelve el problema del transporte de sedimentos en canales con geometría irregular</i>	
Martes, 16:50, Salón de Actos .....	186

F. COQUEL, <u>A. MARTÍNEZ-GAVARA</u> <i>Un esquema de relajación para las ecuaciones de aguas someras</i> Martes, 17:10, Salón de Actos .....	187
J. ÁLVAREZ, <u>A. DURÁN</u> <i>Convergencia orbital en algoritmos de punto fijo para sistemas de ecuaciones no lineales con simetrías</i> Martes, 18:00, Salón de Actos .....	188
<u>JOSÉ R. FERNÁNDEZ</u> , <u>MARÍA DEL CARMEN MUÑIZ</u> , <u>CRISTINA NÚÑEZ</u> <i>Análisis matemático de un modelo de surfactantes con la isoterma de Henry</i> Martes, 18:20, Salón de Actos .....	189
GABRIEL BARRENECHEA, <u>TOMÁS BARRIOS</u> , ANDREAS WACHTEL <i>Métodos de elementos finitos estabilizados para una formulación basada en momentos de flexión de las ecuaciones de Ressenier-Mindlin</i> Miércoles, 11:30, Aula102 .....	190
T.P. BARRIOS, <u>R. BUSTINZA</u> , G.C. GARCÍA, M. GONZÁLEZ <i>Two low cost a posteriori error estimates for an augmented mixed formulation of the generalized Stokes problem</i> Miércoles, 11:50, Aula 102 .....	191
BOAL, N., GASPAR, F.J., LISBONA, F.J., VABISHCHEVICH, P.N. <i>Numerical analysis of the linear thermoporoelasticity model</i> Miércoles, 12:10, Aula 102 .....	192
<u>A. GONZÁLEZ</u> , J. MURCIA, G. VIGLIALORO <i>Análisis del equilibrio de membranas a tracción por medio de un problema de frontera libre</i> Jueves, 15:30, Salón de Actos .....	193
<u>ARTURO HIDALGO</u> , LOURDES TELLO, ELEUTERIO F. TORO <i>Esquemas numéricos ADER de alto orden para un modelo de aterosclerosis</i> Jueves, 15:50, Salón de Actos .....	194
M. J. CASTRO, <u>J. M. GALLARDO</u> , A. MARQUINA <i>Incomplete Riemann solvers based on rational approximations</i> Jueves, 16:10, Salón de Actos .....	195
FRANCISCO GUILLÉN GONZÁLEZ, <u>MARÍA VICTORIA REDONDO NEBLE</u> <i>A second-order pressure segregation scheme for the 3D Navier-Stokes equations via an incremental pressure projection method</i> Jueves, 16:30, Salón de Actos .....	196
FRANCISCO GUILLÉN GONZÁLEZ, <u>J. RAFAEL RODRÍGUEZ GALVÁN</u> <i>Time-Splitting Schemes for some Variants of Navier-Stokes Equations related to Oceanography</i> Jueves, 16:50, Salón de Actos .....	197
JOSÉ L. HUESO, EULALIA MARTÍNEZ, <u>CARLES TERUEL</u> <i>Dynamics of some iterative methods for nonlinear systems</i> Jueves, 17:10, Salón de Actos .....	198



PABLO CERDÁ-DURÁN, ISABEL CORDERO-CARRIÓN  
*Partially implicit Runge-Kutta methods for wave-like equations in spherical-type coordinates*  
 Jueves, 18:00, Salón de Actos ..... 199

DAMIÁN CASTAÑO, MARÍA CRUZ NAVARRO, HENAR HERRERO  
*Vórtices y su intensidad en un dominio cilíndrico con calentamiento localizado*  
 Jueves, 18:20, Salón de Actos ..... 200

MUAZ SEYDAOGLU, SERGIO BLANES  
*High-order splitting methods for separable non-autonomous parabolic equations*  
 Jueves, 18:40, Salón de Actos ..... 201

**Matemáticas Aplicadas a la Industria**

LUIS J. CLAROS-MARFIL, J. FRANCISCO PADIAL  
*Modelization of an experimental solar test box equipped with a water-flow based window*  
 Lunes, 16:30, Aula 104 ..... 202

M. LEZAUN, C. GORRIA, D. PARDO, E. SÁINZ DE LA MAZA, M. LUECHES, D. BILBAO, I. GUTIÉRREZ  
*Optimización del proceso de soldadura en la fabricación de cadenas offshore*  
 Lunes, 16:50, Aula 104 ..... 203

**Otros Temas**

M. ISABEL GARCÍA-PLANAS, SONIA TARRAGONA  
*Analysis of functional output-controllability of time-invariant singular linear systems*  
 Lunes, 18:00, Aula 103 ..... 205

RAFAEL CANTÓ, MARÍA J. PELÁEZ, ANA M. URBANO  
*Alta precisión relativa para matrices totalmente no positivas*  
 Lunes, 18:20, Aula 103 ..... 206

BEGOÑA CANTÓ, RAFAEL CANTÓ, ANA M. URBANO  
*Estabilidad de sistemas positivos en tiempo discreto*  
 Lunes, 18:40, Aula 103 ..... 207

BEGOÑA CANTÓ, CARMEN COLL, ELENA SÁNCHEZ  
*Modelo matemático para el análisis de un proceso infeccioso estacional*  
 Lunes, 18:00, Aula 104 ..... 208

HÉCTOR RAÚL FERNÁNDEZ MORALES, ANTONIO GARCÍA GARCÍA  
*Teoría de muestreo en espacios unitariamente invariantes*  
 Lunes, 18:20, Aula 104 ..... 209

<u>PEDRO PAGOLA</u> , JOSÉ LUIS LÓPEZ, ESTER PÉREZ SINUSÍA <i>Nuevos desarrollos convergentes de las funciones hipergeométricas <math>{}_{p+1}F_p</math></i> Lunes, 18:40, Aula 104 .....	210
<u>E. SCHIAVI</u> , A. MARTÍN, A. MARQUINA <i>Medical Image Super-Resolution</i> Jueves, 15:30, Aula 103 .....	211
<u>A. JIMÉNEZ-CASAS</u> , A. RODRÍGUEZ-BERNAL <i>Sobre un modelo de tráfico en una red</i> Jueves, 15:50, Aula 103 .....	212
<u>ALICIA HERRERO</u> , NÉSTOR THOME <i>Proyectores de grupo no negativos y órdenes parciales</i> Jueves, 16:30, Aula 103 .....	213
<u>JUAN BELMONTE-BEITIA</u> , GABRIEL F. CALVO, VÍCTOR M. PÉREZ-GARCÍA <i>Effective particle method for traveling wave solutions of the Fisher-Kolmogorov equation: Applications to brain tumor dynamics</i> Jueves, 16:50, Aula 103 .....	214
<u>NÉSTOR THOME</u> , SAROJ B. MALIK, LAURA RUEDA <i>Further considerations on minus, star, and sharp partial orders on matrices</i> Jueves, 17:10, Aula 103 .....	215
<u>LEILA LEBTAHI</u> , SILVIA GIGOLA, NÉSTOR THOME <i>Solución explícita del problema del valor propio inverso para matrices <math>J</math>-hamiltonianas</i> Jueves, 18:00, Aula 105 .....	216

---

## **Resúmenes de Conferencias Plenarias**

---

---

# Manifolds on the verge of breakdown.

RAFAEL DE LA LLAVE

Georgia Institute of Technology

rll6@math.gatech.edu

## Resumen

To study the long term behaviour of dynamical systems, it is customary to find invariant objects that organize the long term behaviour.

There are two main theories that study persistent manifolds: Kolmogorov Arnold Moser (KAM) theory and the theory of normally hyperbolic manifolds.

In recent times, there have appeared efficient algorithms that can be validated and which allow to compute fast and reliably even close to the breakdown. We will review the ideas behind the algorithms and their validation and survey the conjectures obtained by running these algorithms.

This is joint work with R. Calleja, M. Canadell, J.-Ll Figueras, G. Huguet, A. Haro, A. Luque and others.

---

## Referencias

- [1] Carvalho, A.N, Langa, J.A., Robinson, J.C., *Attractors for infinite-dimensional non-autonomous dynamical systems*, Applied Mathematical Series, Springer, New York 2013.
- [2] Kloeden, P.E., Rasmussen, M., *Nonautonomous dynamical systems. Mathematical surveys and monographs*. AMS, Providence, RI 2011.

## Highly accurate Numerical Linear Algebra

FROILÁN M. DOPICO

ICMAT and Department of Mathematics, Universidad Carlos III de Madrid  
(Spain)

dopico@math.uc3m.es

Best standard algorithms in Numerical Linear Algebra produce relative errors that are (at least) of order the unit roundoff of the computer times the condition number of the input matrix  $A$ , i.e., the relative errors are  $O(\epsilon \kappa(A))$ , where  $\epsilon \approx 10^{-16}$  and  $\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$  is the condition number of  $A$ . Therefore, if the matrix  $A$  is very ill-conditioned, that is, if  $\kappa(A)$  is very large, then the relative errors committed by standard algorithms may be huge. Unfortunately, ill-conditioned matrices arise often in applications. For instance, Vandermonde and Cauchy matrices are well known examples of ill-conditioned matrices. As a consequence, in the last decades an intense research effort has been done on the new generation of *high accuracy algorithms* for Numerical Linear Algebra problems, which are algorithms that produce relative errors of order the unit roundoff of the computer even for matrices that are very ill-conditioned. There are different types of high accuracy algorithms, but all of them are specific for certain classes of structured matrices. A wide class of these matrices are the matrices for which it is possible to compute accurate rank revealing decompositions (RRDs), i.e., factorizations  $XDY$  where  $D$  is diagonal and non-singular, and  $X$  and  $Y$  are well conditioned. This class comprises many important structured matrices, like Vandermonde, Cauchy, graded matrices and many others. Originally, high accuracy algorithms acting on the factors of RRDs (instead of acting directly on the matrix) were designed for computing Singular Value Decompositions (1999), then for computing eigenvalues/eigenvectors of symmetric matrices (2003, 2009), and very recently for computing solutions of linear systems (2011) and least square problems (2013). This talk has two purposes: first to present a general introduction to the area of *Highly accurate Numerical Linear Algebra* and, second, to present a unified description of high accuracy algorithms based on RRDs.

## Recent Advances in High Order Methods for Hyperbolic PDE

MICHAEL DUMBSER

Laboratory of Applied Mathematics Department of Civil, Environmental and Mechanical Engineering University of Trento, Via Mesiano 77, I-38123 Trento (TN), Italy

michael.dumbser@unitn.it

In this talk we present a unified family of high order accurate finite volume and discontinuous Galerkin finite element schemes on moving unstructured and adaptive Cartesian meshes for the solution of conservative and non-conservative hyperbolic partial differential equations.

The PNPM approach adopted here uses piecewise polynomials  $u_h$  of degree  $N$  to represent the data in each cell. For the computation of fluxes and source terms, another set of piecewise polynomials  $w_h$  of degree  $M \geq N$  is used, which is computed from the underlying polynomials  $u_h$  using a reconstruction or recovery operator. The PNPM method contains classical high order finite volume schemes ( $N = 0$ ) and high order discontinuous Galerkin (DG) finite element methods ( $N = M$ ) as two special cases of a more general class of numerical schemes. The schemes are derived in general ALE form so that Eulerian schemes on fixed meshes and Lagrangian schemes on moving meshes can be recovered as special cases of the ALE formulation.

To assure the robustness of the method at discontinuities, a nonlinear WENO reconstruction is performed. The time integration is carried out in one single step using a high order accurate local space-time Galerkin predictor that is also able to deal with stiff source terms.

Applications are shown for the Euler equations of compressible gas dynamics, for the MHD equations and for the Baer-Nunziato model of compressible multi-phase flows.

---

### Referencias

- [1] M. Dumbser, D.S. Balsara, E.F. Toro and C.D. Munz. *A Unified Framework for the Construction of One-Step Finite-Volume and Discontinuous Galerkin Schemes on Unstructured Meshes*, Journal of Computational Physics, 227(18):8209-8253, 2008.
- [2] M. Dumbser, A. Uriuuntsetseg and O. Zanotti. *On ALE-Type One-Step WENO Finite Volume Schemes for Stiff Hyperbolic Balance Laws*. Communications in Computational Physics, 14:301-327, 2013.
- [3] W. Boscheri and M. Dumbser. *Arbitrary-Lagrangian-Eulerian One-Step WENO Finite Volume Schemes on Unstructured Triangular Meshes*. Communications in Computational Physics, in press. DOI: 10.4208/cicp.181012.010313a
- [4] M. Dumbser. *A Diffuse Interface Method for Complex Three-Dimensional Free Surface Flows*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 257:47-64, 2013.
- [5] M. Dumbser and W. Boscheri. *High-Order Unstructured Lagrangian One-Step WENO Finite Volume Schemes for Non-Conservative Hyperbolic Systems: Applications to Compressible Multi-Phase Flows*. To appear in Computers and Fluids.
- [6] M. Dumbser, O. Zanotti, A. Hidalgo and D.S. Balsara. *ADER-WENO Finite Volume Schemes with Space-Time Adaptive Mesh Refinement*, Journal of Computational Physics, 248:257-286, 2013.

## Adaptive Approximation at Work

ROSA DONAT

Universitat de València

donat@uv.es

Adaptivity is a key concept in the field of Scientific Computing. In this talk we shall give an overview of the use of certain adaptive techniques in different scenarios, including some of their limitations. We shall discuss, in particular, various data-dependent, adaptive reconstruction techniques used in Numerical Analysis in order to improve accuracy in the presence of discontinuities, their application to shock computations and their potential as prediction tools in multi-scale data representations. In addition, the link with wavelet representations will also be discussed, as well as some applications to data compression.

## Water waves: splash and splat singularities

DIEGO CÓRDOBA

Instituto de Ciencias Matemáticas, CSIC

dcg@icmat.es

In this talk we will present a survey of analytical results for the free boundary incompressible Euler equations (also known for some particular scenarios as the water wave problem). We will give an overview of recent results on well-posedness, global existence and finite time singularities. In particular we prove the existence of smooth initial data for which the smoothness of the interface breaks down in finite time into a splash singularity or a splat singularity. Moreover, we show a stability result together with numerical evidence that there exist solutions of the 2D water wave equation that start from a graph, turn over and collapse in a splash singularity (self intersecting curve in one point) in finite time.



# Dynamical Models Explaining Social Balance

PAUL VAN DOOREN, VINCENT TRAAG, PATRICK DE LEENHEER

ICTEAM, Université Catholique de Louvain, Belgium

paul.vandoore@uclouvain.be

Social networks with positive and negative links often split into two antagonistic factions. Examples of such a split abound: revolutionaries versus an old regime, Republicans versus Democrats, Axis versus Allies during the second world war, or the Western versus the Eastern bloc during the Cold War. Although this structure, known as social balance, is well understood, it is not clear how such factions emerge. An earlier model could explain the formation of such factions if relationships were assumed to be symmetric initially. We show this is not the case for non-symmetric initial conditions. We propose an alternative model which (almost) always leads to social balance, thereby explaining the tendency of social networks to split into two factions. In addition, the alternative model may lead to cooperation when faced with defectors, contrary to the earlier model. The difference between the two models may be understood in terms of gossiping: whereas the earlier model assumed people talk about what they think of others, we assume people talk about what others did. Why do we observe two antagonistic factions emerge so frequently? Already in the 1950s, social balance theorists showed that a network splits into two factions if only certain triads are present in the network [1, 2], and for long the focus was on finding such factions. More specifically, a network is socially balanced if its triads are socially balanced [3]. In balanced triads friends agree in their opinion of a third party, while foes disagree. Triads that are unbalanced are unstable: all three people have an incentive to adjust their relationships to reduce the stress such situations induce. In reality, we rarely observe a perfect split into factions, but only nearly so. In any case, it remains unclear how this translates into a dynamical model that would lead to social balance. Our goal here is to analyze two such dynamical models that could potentially explain the emergence of social balance.

---

## Referencias

- [1] F. Heider, *Attitudes and Cognitive Organization*. J Psychol 21 (1946): 107-112.
- [2] D. Cartwright and F. Harary *Structural balance: a generalization of Heider's theory*. Psychol Rev 63 (1956): 277-293.
- [3] F. Harary, *On the notion of balance of a signed graph*. The Michigan Mathematical Journal 2 (1953): 143-146.
- [4] V. Traag, P. Van Dooren and P. De Leenheer, *Dynamical Models Explaining Social Balance and Evolution of Cooperation*. ArXiv:1207.6588.
- [5] S. Marvel, S. Strogatz and Kleinberg, *Energy Landscape of Social Balance* J. Phys Rev Lett 103, 198701 (2009), arXiv:0906.2893.

# Attractors for non-autonomous dynamical systems

JOSÉ A. LANGA

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico,  
Universidad de Sevilla

langa@us.es

## Resumen

Dynamical systems theory allows the modelization and study of multiple phenomena of Natural and Social Sciences. When the models are characterized by partial differential equations, the theory of global attractors for infinite-dimensional dynamical systems has been used during the last fifty years as the central object to study some of these phenomena. However, in the last two decades an intensive research has been done when time-dependent (or even random) terms are needed for the mathematical analysis of some real phenomena, described by the so-called non-autonomous dynamical systems. The dynamical properties of these extended dynamical systems is much richer, so that new concepts and tools have to be introduced and developed.

In this talk we will try to describe the main topics related to this new area of research ([1], [2]), paying special attention to the theoretical aspects of the theory. In particular, we will show the different kind of possible asymptotic behaviours (forwards, pullback and backwards) we need to deal with and the associated concepts of attractors related to them (uniform, cocycle and pullback attractors). We will present some results on the continuity and characterization of these attractors. To this end, we introduce non-autonomous versions of the now classical theories of Morse decomposition and structural stability related to Morse-Smale systems which fits very well for dynamical system under non-autonomous perturbations. Some challenges and open problem related to the theory will also be discussed, as an invitation for further research in this promising area.

---

## Referencias

- [1] Carvalho, A.N, Langa, J.A., Robinson, J.C., Attractors for infinite-dimensional non-autonomous dynamical systems, Applied Mathematical Series, Springer, New York 2013.
- [2] Kloeden, P.E., Rasmussen, M., Nonautonomous dynamical systems. Mathematical surveys and monographs. AMS, Providence, RI 2011.

# Pattern formation in a flux limited reaction-diffusion equation of porous media type modeling morphogenesis

JUAN SOLER

Department of Applied Mathematics, University of Granada. 18071-Spain  
jsoler@ugr.es

## Resumen

In this talk, we first analyze the mathematical properties concerning pattern formation in a nonlinear PDE combining flux limitation effects together with those of the porous media equation. We deal with the balance of such diverse effects through the study of the existence and qualitative behavior of some admissible patterns to this singular reaction–diffusion equation. We show the existence of different types of traveling waves: classical profiles for high enough wave speeds, and discontinuous waves that are reminiscent of hyperbolic shock waves when the wave speed lowers below a certain threshold. Some of these solutions are of particular relevance as they provide models by which the whole solution (and not just the bulk, as it is the case with classical traveling waves) spreads through with finite speed. We also analyze the role of these pattern structures as attractors of the system.

On the other hand, a central question in biology is how secreted morphogens act to induce different cellular responses within a group of cells in a concentration-dependent manner. Modeling morphogenetic output in multicellular systems has so far employed linear diffusion. However, such models necessarily imply unrealistic instantaneous spreading of morphogen molecules which is induced by the assumptions of Brownian motion in the continuous formulation. Based on our previous mentioned study on pattern formation in flux limited reaction-diffusion equation of porous media type, as well as on biological experiments, we analyze the prediction abilities of the new model concerning the dynamics of morphogen concentration fronts and the corresponding cell responses over time.

---

## Referencias

- [1] F. Andreu, J. Calvo, J.M. Mazón, J. Soler. *On a nonlinear flux-limited equation arising in the transport of morphogens*, J. Diff. Eqn. 252(10) (2012), 5763–5813.
- [2] F. Andreu, V. Caselles, J.M. Mazón, J. Soler, M. Verbeni. *Radially Symmetric Solutions of a Tempered Diffusion Equation. A Porous Media, Flux-Limited Case*, SIAM J. Math Anal. 44 (2012), 1019–1049
- [3] J. Campos, J. Calvo, V. Caselles, O. Sánchez, J. Soler. *Pattern formation in a flux limited reaction-diffusion equation of porous media type*, preprint, 2013
- [4] J. Campos, P. Guerrero, O. Sánchez, J. Soler. *On the analysis of travelling waves to a nonlinear flux limited reaction-diffusion equation*, Ann. Inst. H. Poincaré (C). Anal. Non Linéaire 30(1) (2013), 141-155
- [5] M. Verbeni, O. Sánchez, E. Mollica, I. Siegl-Cachedenier, A. Carleton, I. Guerrero, A. Ruiz i Altaba, J. Soler (2012). *Morphogenetic action through flux-limited spreading*, Phys. Life Rev. (2013)  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.plev.2013.06.004>



---

## **Resúmenes de Sesiones Especiales**

---

---

# Robust Pricing of European Options with Wavelets

LUIS ORTIZ-GRACIA

Centre de Recerca Matemàtica and Centrum Wiskunde & Informatica

`lortiz@crm.cat`

CORNELIS W. OOSTERLEE

Centrum Wiskunde & Informatica and Delft University

`C.W.Oosterlee@cw.nl`

## Resumen

We present a novel method for pricing European options based on the wavelet approximation (WA) method and the characteristic function. We focus on the discounted expected payoff pricing formula, and compute it by means of wavelets. We approximate the density function associated to the underlying asset price process by a finite combination of  $j$ th order B-splines, and recover the coefficients of the approximation from the characteristic function. Two variants for wavelet approximation will be presented, where the second variant adaptively determines the range of integration. The compact support of a B-splines basis enables us to price options in a robust way, even in cases where Fourier-based pricing methods may show weaknesses. The method appears to be particularly robust for pricing long-maturity options, fat tailed distributions, as well as staircase-like density functions encountered in portfolio loss computations.

**Sección en el CEDYA 2013:** Modelos y métodos numéricos en finanzas cuantitativas

## Planes de pensiones basados en el salario medio: análisis matemático y solución numérica

M. C. CALVO-GARRIDO, C. VÁZQUEZ

Departamento de Matemáticas, Universidade da Coruña  
mcalvog@udc.es, carlosv@udc.es

A. PASCUCCI

Dipartimento di Matematica, Università di Bologna  
andrea.pascucci@unibo.it

### Resumen

Los planes de pensiones se pueden clasificar en planes de pensiones con beneficios definidos y planes de pensiones con contribuciones definidas. En este trabajo se considera un caso particular de los del primer tipo, en el que los beneficios en el momento de jubilación dependen del salario medio del miembro del plan. Además, se permitirá la opción de jubilación anticipada. Proponemos un modelo basado en EDP para obtener el valor de la reserva con la que debe contar el empresario para garantizar los futuros pagos por jubilación del empleado. Este modelo se plantea como un problema de obstáculo asociado a una ecuación de Kolmogorov no homogénea [3]. Algunos de los resultados presentados en [4] se utilizan para demostrar la existencia de solución. Para la solución numérica, se propone una combinación de esquemas de características Crank-Nicolson y elementos finitos para las discretizaciones temporal y espacial [1, 2], respectivamente, junto con las técnicas propuestas en [5] para tratar el aspecto de frontera libre asociado a la opción de retiro anticipado. Se presentan también algunos ejemplos para mostrar el comportamiento de los métodos numéricos y algunas propiedades cualitativas de la solución. Estos resultados se comparan con los intervalos de confianza obtenidos con la técnica de Longstaff-Schwartz[6].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos y métodos numéricos en finanzas cuantitativas

---

### Referencias

- [1] A. Bermúdez, M. R. Nogueiras and C. Vázquez, *Numerical analysis of convection-diffusion-reaction problems with higher order characteristics finite elements. Part I: Time discretization*, SIAM J. Numer. Anal., 44, (2006), 1829-1853.
- [2] M. C. Calvo-Garrido and C. Vázquez, *Pricing pension plans based on average salary without early retirement: PDE modeling and numerical solution*, J. of Computational Finance, 16, (2012), 111-140.
- [3] M. C. Calvo-Garrido, A. Pascucci and C. Vázquez, *Mathematical analysis and numerical methods for pricing pension plans allowing early retirement*, submitted (2012).
- [4] M. Di Francesco, A. Pascucci and S. Polidoro *The obstacle problem for a class of hypoelliptic ultraparabolic equations*, Proc. R. Soc. London Ser. A: Math. Phys. Eng. Sci., 464, (2008), 155-176.
- [5] T. Kärkkäinen, K. Kunisch and P. Tarvainen, *Augmented Lagrangian Active Set Methods for Obstacle Problems*, J. Optim. Theory and Appl., 119, (2003), 499-533.
- [6] F. Longstaff and E. Schwartz, *Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach*, Review of Financial Studies, 14, (2001), 113-147.

# Robust Pricing of European Options with Wavelets

LUIS ORTIZ-GRACIA

Centre de Recerca Matemàtica and Centrum Wiskunde & Informatica

`lortiz@crm.cat`

CORNELIS W. OOSTERLEE

Centrum Wiskunde & Informatica and Delft University

`C.W.Oosterlee@cw.nl`

## Resumen

We present a novel method for pricing European options based on the wavelet approximation (WA) method and the characteristic function. We focus on the discounted expected payoff pricing formula, and compute it by means of wavelets. We approximate the density function associated to the underlying asset price process by a finite combination of  $j$ th order B-splines, and recover the coefficients of the approximation from the characteristic function. Two variants for wavelet approximation will be presented, where the second variant adaptively determines the range of integration. The compact support of a B-splines basis enables us to price options in a robust way, even in cases where Fourier-based pricing methods may show weaknesses. The method appears to be particularly robust for pricing long-maturity options, fat tailed distributions, as well as staircase-like density functions encountered in portfolio loss computations.

**Sección en el CEDYA 2013:** Modelos y métodos numéricos en finanzas cuantitativas



## Calibración y estimación de parámetros en modelos GARCH: Un método de bases reducidas

JAVIER DE FRUTOS, VÍCTOR GATÓN

IMUVA, Universidad de Valladolid

### Resumen

En este artículo se analiza la posibilidad de utilizar una variante del llamado método de bases reducidas para disminuir el tiempo de cálculo al calibrar los modelos utilizados para valorar derivados financieros con los datos del mercado. Es sabido, que la incorporación de mejoras en el modelo básico de Black-Scholes que den cuenta de la variabilidad de la volatilidad en la cotización de los activos hace que los precios teóricos computados se aproximen mejor a los observados. Este hecho es especialmente importante cuando se trata de valorar productos con vencimiento relativamente grande. En el artículo, elegimos los métodos de tipo GARCH en cuyo caso es necesario estimar un número grande de parámetros diferentes. La estimación es costosa porque cada evaluación de la función a minimizar requiere la evaluación de un contrato bajo un modelo GARCH (que hay que aproximar numéricamente). Además la estimación debe hacerse numerosas veces ya sea para incorporar la información nueva del mercado, ya sea porque se están valorando un número grande de productos basados en diferentes subyacentes. El método que presentamos reduce de forma drástica el tiempo de computación necesario sin deteriorar sustancialmente el error.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos y métodos numéricos en finanzas cuantitativas

## Equivalent theories of liquid crystals

FRANÇOIS GAY-BALMAZ

CNRS-Ecole Normale Supérieure de Paris

gaybalma@lmd.ens.fr

### Abstract

There are two competing descriptions of nematic liquid crystal dynamics: the Ericksen-Leslie director theory and the Eringen micropolar approach. Up to this day, these two descriptions have remained distinct in spite of several attempts to show that the micropolar theory comprises the director theory. In this talk I will show that this is the case by using Lie group symmetry reduction techniques. More precisely, I will show how these systems can be seen as reduced Euler-Lagrange equations on semidirect product Lie algebras and how this geometric approach can be used to prove that the micropolar theory of liquid crystal comprises the well-known Ericksen-Leslie theory.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Geometric Methods in Applied Mathematics

## Partitioned Runge-Kutta -like methods applied to the Optimal Control of Mechanical Systems

CÉDRIC M. CAMPOS

Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UC3M-UCM)

cedricmc@icmat.es

### Abstract

It is well known that a constrained subset of partitioned Runge-Kutta methods are symplectic. In this talk, we will derive variationally a family of higher order symplectic integrators, discuss their relationship with respect to symplectic partitioned Runge-Kutta methods, and apply these numerical schemes to the optimal control of mechanical systems.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Geometric Methods in Applied Mathematics

# Jet groupoid particle methods for fluids

HENRY O. JACOBS

Department of Mathematics Huxley Building, Imperial College London

`h.jacobs@imperial.ac.uk`

## Abstract

In this talk we will discuss a particle method to represent diffeomorphisms. Typically the data of most particle methods is restricted to the positions of the particles on some manifold. However, we can attach an hierarchy of jet-data above each particle which allows us to consider particle methods with higher-order spatial accuracy. Specifically, we are proposing the use of the jet-groupoid to serve as a finite dimensional ‘approximation’ of a diffeomorphism group. From the standpoint of conservation laws, this can be very helpful. For example, in the case of ideal fluids the circulation is the conserved momenta obtained by Noether’s theorem with respect to the particle relabeling symmetry of a fluid. As a corollary, the  $k$ -jets of circulation above individual point particles in the fluid are conserved as well. In this talk we will show it is possible to construct variational integrators on a jet-groupoid which exhibit precisely the same conserved momenta as various flows on diffeomorphism groups such as the equations of motion for an ideal fluid. We will also discuss applications of these ideas to imaging science and numerical models of complex fluids.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Geometric Methods in Applied Mathematics

# Dirac-Lie systems: theory and applications

JAVIER DE LUCAS

Cardinal Stefan Wyszyński University

Javier.de.Lucas@fuw.edu.pl

## Abstract

A *Lie system* is a system of first-order ordinary differential equations whose general solution can be expressed as a function of a generic family of particular solutions and some constants. From a geometric viewpoint, a Lie system is a  $t$ -dependent vector field taking values in a finite-dimensional real Lie algebra of vector fields, a *Vessiot-Guldberg* Lie algebra. Due to their geometric features, Lie systems have recently been employed to investigate a rising number of relevant differential equations. In this talk, we introduce a new class of Lie systems on Dirac manifolds possessing a Vessiot-Guldberg Lie algebra of Hamiltonian vector fields with respect to a Dirac structure: the *Dirac-Lie systems*. The interest of these systems is due to their appearance in the study of certain PDEs, Schwarzian equations, and others. Dirac structures allow us to associate Dirac-Lie systems with new geometric structures, e.g. the *Dirac-Lie Hamiltonians*. This permits us to study and to derive constants of motion, superposition rules, and other properties of Dirac-Lie systems. Our results generalise previous notions and methods to investigate Lie systems and integrable systems. We also devise new applications of known Dirac geometric techniques, e.g. *gauge transformations*. We illustrate our theory with the study of several types of Schwarzian equations. Finally, we discuss the generalization of our methods by means of presymplectic Lie algebroids.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Geometric Methods in Applied Mathematics

# Stability analysis of Harten's multiresolution associated to a nonlinear subdivision operator $S$

STANISLAV HARIZANOV

TU Kaiserslautern

## Abstract

For univariate linear subdivision, uniform convergence of the scheme  $S$  implies Lipschitz stability of  $S$ , which implies Lipschitz stability of the associated multi-scale transform  $M$ . Hence the stability analysis there comes for free, once uniform convergence of the process is established. When nonlinearity is introduced, however, both the above implications are no longer true in general, and the stability analysis becomes an independent topic. In this talk we present a general framework for Lipschitz stability analysis of both univariate subdivision schemes  $S$  and their associated multi-scale transforms in the nonlinear functional setting. Our approach differs from those used before, since we investigate the joint spectral radius based on the Jacobian of the derived scheme, rather than the derived scheme itself. In addition, we extend the stability analysis to subdivision schemes, defined via piecewise differentiable Lipschitz functions, and thus, significantly enlarge the application range. For instance, we are able to analyze median interpolating multi-scale transforms, as well as power- $p$  subdivision schemes, which both do not fit within the previously known framework, described in [1]. Finally, we propose a specific extension of the univariate analysis to multivariate subdivision using local approximation techniques. Even though the theory is equivalent to the direct use of divided difference operators, it enriches the set of analytic tools, and thus may lead to improvements in terms of speed and memory storage for the numerical verification of the convergence and stability criteria.

**Sección especial en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

## Referencias

- [1] A. Cohen, N. Dyn, and B. Matei. Quasilinear subdivision schemes with applications to ENO interpolation. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 15:89–116, 2003.
- [2] S. Harizanov and P. Oswald. Stability of nonlinear subdivision and multiscale transforms. *Constr. Approx.*, 31:359–393, 2010.

# Reconstrucción *interpolación aproximación* para esquemas multirresolutivos *à la Harten*

J. J. NOGUERA, F. ARÀNDIGA

Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. de Valencia

jnoguera373b@cv.gva.es, arandiga@uv.es

## Resumen

En [1] Harten generaliza un cierto tipo de *wavelets* biortogonales tomando ideas de tres campos diferentes: la teoría de funciones *wavelet*, la solución numérica de ecuaciones en derivadas parciales y los esquemas de subdivisión. En dicha formulación surgen nuevos operadores que permiten introducir no linealidad en el proceso de recuperación de datos de la escala más fina (reconstrucciones), pudiendo así aplicar una serie de técnicas que mejoran las aproximaciones en presencia de discontinuidades como ENO, SR (p.ej. ver [2]), WENO y PPH (ver [3] y [4] respectivamente). Entre sus múltiples aplicaciones destaca la capacidad de compresión de señales digitales.

Los operadores reconstrucción en esquemas de multirresolución *à la Harten* son, generalmente, funciones interpolatorias. En este trabajo presentamos una reconstrucción que combina interpolación y aproximación. En concreto, trabajando con la discretización por valores puntuales, la nueva reconstrucción vendrá dada por un polinomio tal que interpole en los extremos de cada intervalo de trabajo y aproxime en una serie de nodos adyacentes a éste. Dicha elección no es arbitraria, ya que la interpolación será necesaria para que se cumplan los requisitos para ser una reconstrucción en el contexto de multirresolución *à la Harten*, mientras que la aproximación se introduce con el fin de trabajar con funciones con ruido. Desarrollamos, además, una versión para medias en celda.

El diseño de dichas reconstrucciones, la incorporación de técnicas no lineales, el cálculo de filtros y su aplicación a la eliminación de ruido en señales discontinuas compuestas por trozos suaves con ruido aditivo, constituyen el objeto de este estudio.

**Sección especial en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

## Referencias

- [1] A. Harten, *Discrete multiresolution analysis and generalized wavelets*, J. Appl. Numer. Math., 12 (1993), pp. 153-192.
- [2] F. Aràndiga, R. Donat, *Nonlinear multiscale decompositions: The approach of A. Harten*, Numerical Algorithms, 23 (2000), pp. 175-216.
- [3] X-D. Liu, S. Osher, T. Chan, *Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes*, Journal of Computational Physics, 115 (1994), pp. 200-212.
- [4] S. Amat, R. Donat, J. Liandrat, J. C. Trillo, *Analysis of a new nonlinear subdivision scheme. Applications in image processing*, Foundations of Computational Mathematics, 6(2) (2006), pp 193-225.

# Análisis de la Estabilidad de los esquemas de subdivisión Weighted-Power<sub>p</sub>

F. ARÀNDIGA, R. DONAT

Departament de Matemàtica Aplicada, Universitat de València

arandiga@uv.es, donat@uv.es

M. SANTÁGUEDA

Departament de Educació, Universitat Jaume I de Castelló

santague@edu.uji.es

## Resumen

Las técnicas utilizadas para estudiar la convergencia y la estabilidad de los esquemas lineales y no lineales pueden ser muy diferentes. En los últimos años se ha dedicado bastante esfuerzo al desarrollo de técnicas para el análisis de estas propiedades para ciertos esquemas no lineales, ver [1, 2, 3]. En [3] se desarrolla una técnica basada en el estudio de los *esquemas diferencia*, y sus jacobianos generalizados. En este trabajo desarrollamos esta técnica con el objetivo de estudiar de forma sistemática la convergencia y estabilidad en los esquemas de subdivisión Weighted-Power<sub>p</sub>, [4].

**Sección en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

## Referencias

- [1] S. Amat y J. Liandrat, *On the stability of the PPH nonlinear multiresolution*, Appl. Comput. Harmon. Anal., 18(2), 198-206, 2005.
- [2] K. Dadourian, *Schémas de Subdivision, Analyses Multirésolutions non-linéaires. Applications*. Phd tesis, Université de Provence, 2008.
- [3] S. Harizanov y P.Oswald, *Stability of nonlinear subdivision and multiscale transforms*, Constr. Approx., 31(3), 359-393, 2010.
- [4] M. Santágueda, *Métodos multiescala y aplicaciones*. Phd tesis, Universidad de Valencia, 2013.



## High order subdivision and multiresolution schemes in the cell-average framework

SERGIO AMAT, JUAN CARLOS TRILLO

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. Universidad Politécnica de Cartagena (Spain).

`sergio.amat@upct.es, jc.trillo@upct.es`

JUAN RUIZ

Departamento de Matemáticas. Universidad de Alcalá de Henares (Spain)

`juan.ruiza@uah.es`

### Resumen

We present a class of nonlinear subdivision and associated multiresolution schemes in the cell average framework. They have certain desirable properties. They are adapted to discontinuities, in the sense that the region affected by each discontinuity is limited to one interval per level. They attain high order of approximation, i.e, if the mask of the subdivision scheme uses  $2n - 1$  cell average values, the scheme has order  $2n - 1$ . Finally, we carry out some numerical experiments.

**Sección en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

### Referencias

- [1] Amat S.; Donat R.; Liandrat J. ; Trillo J.C. Analysis of a new nonlinear subdivision scheme. Applications in image processing. Foundations of Computational Mathematics vol. 6 issue 2, 2006. p. 193-225.
- [2] Amat, S.; Dadourian, K.; Liandrat, J.; Trillo J.C., High order nonlinear interpolatory reconstruction operators and associated multiresolution schemes. Journal of Computational and Applied Mathematics. Submitted.

# Phase-field Modeling of Fracture in Electromechanical Materials

A. ABDOLLAHI, I. ARIAS

Departament de Matemàtica Aplicada III, Universidad Politècnica de Catalunya

irene.arias@upc.edu

<http://www.lacan.upc.edu/arias>

## Abstract

The design and implementation of electro-mechanical systems demand high performance materials regarding their coupling behavior and reliability. Piezoelectric ceramics are very prominent in this field exhibiting strong electro-mechanical coupling with short response times. However, their inherent brittleness is a serious obstacle to their reliable operation in devices, which demands a deep understanding of the fracture behavior. Most piezoelectrics also exhibit ferroelectric and ferroelastic switching due to the formation and evolution of ferroelectric twins or domains. The interactions between the ferroelectric microstructure and localized stress and electric fields near the crack tips are responsible for the complex fracture response of these materials.

We introduce a family of phase-field models for the coupled microstructure and fracture evolution in piezoelectric ceramics by tackling the full complexity of the phenomenon [1]. These phase-field models are based on variational theories of piezoelectric ceramics and brittle fracture. Phase-field models are particularly interesting since a single system of partial differential equations governing the phase-field accomplishes at once (1) the tracking of the interfaces (cracks, ferroelectric domain walls) in a smeared way and (2) the modeling of the interfacial phenomena such as domain-wall energies or crack-face boundary conditions. We are particularly interested in the modeling of different crack-face boundary conditions because they have a strong effect on the fracture behavior of piezoelectrics, and ultimately on the reliability of the devices [1]. The simulation results show the potential of the phase-field models to elucidate the fracture behavior of piezoelectric ceramics, observed in experiments and applications [2, 3, 4].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos de campo de fases y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] A. Abdollahi, I. Arias. *Phase-field Modeling and Numerical Simulations of Crack Propagation in Piezoelectric and Ferroelectric Materials Considering Different Crack Face Conditions*. J. Mech. Phys. Solids 60 (2012) 2100–2126.
- [2] A. Abdollahi, I. Arias. *Phase-field modeling of the coupled microstructure and fracture evolution in ferroelectric single crystals*, Acta Mater. 59 (2011) 4733–4746.
- [3] A. Abdollahi, I. Arias. *Numerical simulation of intergranular and transgranular crack propagation in ferroelectric polycrystals*, Int. J. Fract. 174 (2012) 3–15.
- [4] A. Abdollahi, I. Arias. *Numerical simulation of 3-D crack propagation in ferroelectric polycrystals: effect of combined toughening mechanisms*, submitted for publication.

# Phase-Field Modeling of Phase Change Phenomena

A. BADILLO

Laboratory for Thermal-Hydraulics Paul Scherrer Institute, PSI Villigen 5232  
CH, Switzerland

arnoldo.badillo@psi.ch

## Abstract

Physical phenomena such as solidification, boiling, superconductivity, superfluidity, condensation, ferromagnetism and spinodal decomposition among others, have one thing in common: All of them involve a phase change and wherever there is phase change, there is an interface. Interfaces is where all the interesting physics is taking place and a deeper understanding of them, will help us to manipulate them at small scales to achieve physical properties, not found in common materials. Phase field formulations belong to the class of diffuse interface models, which allow us to study in great detail, the evolution of interfaces during phase change, from very basic principles. In this presentation, the most relevant aspects about phase-field models will be presented along with some selected examples for multiphase flows, solid state phase transitions and solidification.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos de campo de fases y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] GRANASY, L.; PUSZTAI, T.; WARREN, J.; DOUGLAS, J.; BORZSONYI, T.; FERREIRO, V., *Growth of 'dizzy dendrites' in a random field of foreign particles*, Nature Materials, 2003, 2, 92,96.
- [2] SEOL, D.J.; HU, S.Y.; LI, Y.L.; SHEN, J.; OH, K.H.; CHEN, L.Q., *Three-dimensional phase-field modeling of spinodal decomposition in constrained films*, Metals and Materials International, 9, 1, 2003, 61-66.
- [3] H.-J DIEPERS; C BECKERMANN; I STEINBACH, *Simulation of convection and ripening in a binary alloy mush using the phase-field method*, Acta Materialia, 47, 13, 3663 - 3678, 1999.
- [4] G. MARTIN; F. SOISSON; P. BELLON, *Phase stability and microstructural evolution in concentrated alloys under irradiation*, Journal of Nuclear Materials , 205, 0, 301 - 311, 1993.
- [5] M. OHNO; K. MATSUURA, 2009, Phys. Rev. E, 79, 031603.
- [6] N. ZHOU; C. SHEN; M.J. MILLS; Y. WANG, 2007, Acta Mater., 55, 5369.
- [7] A. KAZARYAN; Y. WANG; S.A. DREGIA; B.R. PATTON, 2002, Acta Mater., 50, 2491.
- [8] S. WISE; J. LOWENGRUB; J. KIMA; W. JOHNSON, 2004, Superlattice. Microst., 36, 293.

# Phase-field models for the dynamic evolution of shapes in membranes

A. HERNANDEZ-MACHADO

Dpt. ECM, Facultat de Física, Universitat de Barcelona

a.hernandezmachado@gmail.com

## Resumen

Phase-field models for dealing with dynamic evolution of shapes in membranes are presented. The models take into account the bending energy. Dynamic equations for the phase-field are integrated. We apply these models to different situations like the deformation of a red blood cell in the flow of blood in a microchannel and the constriction and pinching of the membrane in bacterial division.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos de campo de fases y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] G. R. Lazaro, I. Pagonabarraga, A. Hernandez-Machado, Preprint, 2013.
- [2] C. Picallo, R. A. Barrio, C. Varea, T. Alarcon, A. Hernandez-Machado, Preprint, 2013.

# Splitting in time schemes for a Navier-Stokes-Cahn-Hilliard model for two-fluids with different densities

F. GUILLÉN-GONZÁLEZ

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico  
Universidad de Sevilla, Seville, 41012, Spain

guillen@us.es

G. TIERRA

Department of Applied and Computational Mathematics and Statistics  
University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556, USA

gchica@nd.edu

## Resumen

In this talk, we focus on designing efficient numerical schemes to approximate a thermodynamically consistent Navier-Stokes/Cahn-Hilliard problem introduced by Abels, Depner, Garcke and Grun [1] modeling the mixture of two incompressible fluids with different densities. The model is based on a diffuse interface phase-field approach that is able to describe topological transitions like droplet coalescence or droplet break-up in a natural way. We present a splitting time-discrete scheme to approximate the model decoupling the computations of the Navier-Stokes part from the phase-field (Cahn-Hilliard) one, which is unconditionally energy-stable up to the choice of the approximation of the potential term. Several numerical experiments will be presented for a fully discrete Finite-Element scheme, in order to validate the effectiveness of the scheme, and to compare the sensitivity of the scheme with respect to different physical parameters.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Modelos de campo de fases y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] H. Abels, D. Depner; H. Garcke. *Existence of weak solutions for a diffuse interface model for two-phase flows of incompressible fluids with different densities*. Journal of Mathematical Fluid Mechanics.  
<http://link.springer.com/article/10.1007/s00021-012-0118-x>.
- [2] F. Boyer. *A theoretical and numerical model for the study of incompressible mixture flows*. Computers & Fluids. **31** (2002) 41-68.
- [3] Guillén-González, F.; Tierra, G.; *On linear schemes for a Cahn Hilliard Diffuse Interface Model*. J. Comput Physics, **234** (2013) 140-171.
- [4] Minjeaud S.; *An unconditionally stable uncoupled scheme for a triphasic Cahn-Hilliard/Navier-Stokes model*. Num. Methods for PDE, Vol. 29, Issue 2 (2013) 584-618.
- [5] Shen, J.; Yang, X.; *A phase-field model and its numerical approximation for two-phase incompressible flows with different densities and viscosities*. SIAM Journal Sci. Comput. **32** (2010) 1159-1179.

# Métodos de tipo Rosenbrock con Jacobiano inexacto para la integración temporal de PDEs de tipo Advección Difusión Reacción

GONZÁLEZ-PINTO, SEVERIANO, HERNÁNDEZ-ABREU, DOMINGO,  
PÉREZ RODRÍGUEZ, M. SOLEDAD

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna

spinto@ull.es, dhabreu@ull.es, sperezr@ull.es

## Resumen

Consideramos la integración numérica de Problemas de EDPs dependientes del tiempo de tipo Advección Difusión Reacción en varias variables espaciales (principalmente 2D, 3D). La aproximación seguida se basa en el método de Líneas (MoL), donde la discretización espacial se hace mediante aproximaciones de segundo orden (o tercer orden para la advección) basadas en diferencias o volúmenes finitos, de forma que se preserven ciertas propiedades tales como la positividad. El principal objetivo es la integración temporal, la cual se hará mediante métodos de tipo semi-implícito (tipo Rosenbrock o W-métodos [3]) debido a la presencia de stiffness en la difusión o en la reacción o en ambas. A pesar de usar métodos simples de tipo semi-implícito, la resolución de los grandes sistemas lineales involucrados se hace demasiado costosa (en 2D y 3D) y hay que recurrir a simplificaciones del tipo AMF (Approximate Matrix Factorization [1] para las matrices  $(I - \omega J)$  donde  $I$  es la identidad,  $\omega$  es un pequeño parámetro y  $J$  la matriz Jacobiana del sistema diferencial en el punto actual). El problema estriba en que al usar cierto tipo de AMF inexactas los métodos ven reducido su orden de convergencia. Para evitar esta circunstancia proponemos técnicas simples que refinan las AMF inexactas de modo que los métodos recobran su orden de convergencia y mejoran en muchos casos sus propiedades de estabilidad. Ilustramos la técnica de refinamientos sobre ciertos métodos simples considerados en la literatura [2] y su aplicabilidad a varios problemas no-lineales importantes en Física (Radiación-Difusión, Burgers) y Biología (Angiogenesis).

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos numéricos para la integración temporal de problemas diferenciales

---

## Referencias

- [1] P.J. van der Houwen and B.P. Sommeijer, *Approximate factorization for time-dependent partial differential equations*, J. Comput. Appl. Math. 128 (2001) 447-466.
- [2] W. Hundsdorfer, J.G. Verwer, *Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations*, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 33, Springer, Berlin, 2003.
- [3] T. Steihaug, A. Wolfbrandt, *An attempt to avoid exact Jacobian and nonlinear equations in the numerical solution of stiff differential equations*, Math. Comp. 33 (1979) 521-534.

# Solving the Schrödinger eigenvalue problem by the imaginary time propagation technique using splitting methods with complex coefficients

PHILIPP BADER, SERGIO BLANES, FERNANDO CASAS

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València,  
E-46022 Valencia, Spain

phiba@imm.upv.es, serblaza@imm.upv.es

Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló, Universitat Jaume I,  
E-12071 Castellón, Spain

fernando.casas@uji.es

## Resumen

An efficient method to compute the ground states of the Schrödinger equation is the propagation in imaginary time. The separability of the Hamiltonian makes the problem suitable for the application of splitting methods. High order fractional time steps of order greater than two necessarily have negative steps and can not be used for this class of diffusive problems. However, there exist methods which use fractional complex time steps with positive real parts which can be used with only a moderate increase in the computational cost. We analyze the performance of this class of schemes and propose new methods which outperform the existing ones in most cases. On the other hand, if the gradient of the potential is available, methods up to fourth-order with real and positive coefficients exist. We also explore this case and propose new methods as well as sixth-order methods with complex coefficients. In particular, highly optimized sixth order schemes for near integrable systems using positive real part complex coefficients with and without modified potentials are presented. A time-stepping variable order algorithm is proposed and numerical results show the enhanced efficiency of the new methods.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos numéricos para la integración temporal de problemas diferenciales

---

## Referencias

- [1] P. Bader, S. Blanes and F. Casas, *Solving the Schrödinger eigenvalue problem by the imaginary time propagation technique using splitting methods with complex coefficients*, arXiv:1304.6845 [math.NA] (2013)

## SSP properties for non SSP methods

INMACULADA HIGUERAS

Departamento de Ingeniería Matemática e Informática  
Universidad Pública de Navarra

`higueras@unavarra.es`

### Resumen

Spatial discretization of some partial differential problems (PDEs) give rise to ordinary differential equations (ODEs). Sometimes, the solutions to these PDEs have qualitative properties, e.g., monotonicity, positivity, etc., which are relevant in the context of the problem. In these cases, it is convenient to preserve these properties both in the spatial discretization of the PDE and in the time stepping process of the resulting ODE. A common class of methods widely used in the literature are Runge-Kutta methods. For these schemes, some of these qualitative properties can be ensured under certain stepsize restrictions given in terms of the radius of absolute monotonicity. However, for some problems, several schemes with trivial radius of absolute monotonicity also provide good numerical solutions.

In this talk we will explain how, under additional conditions on the problem, some qualitative properties can be obtained for some methods with trivial radius of absolute monotonicity.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos numéricos para la integración temporal de problemas diferenciales

---

### Referencias

- [1] R. Donat, I. Higuera, A. Martínez-Gavara *On stability issues for IMEX schemes applied to hyperbolic equations with stiff reaction terms*. Math. Comput. 80 (2011), no. 276, 2097–2126.
- [2] I. Higuera, *Strong Stability for Runge-Kutta Schemes on a Class of Nonlinear Problems*, J. Sci. Comput., (to appear), DOI 10.1007/s10915-013-9715-y
- [3] I. Higuera, *Positivity properties for the classical fourth order Runge-Kutta method*. Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza, 33 (2010), 125–139.



# New embedded explicit pairs of adapted Runge-Kutta methods

YASMINA KHIAR, LUIS RÁNDEZ

IUMA-Departamento de de Matemática Aplicada  
Universidad de Zaragoza

yaskhiarviana@gmail.com, randez@unizar.es

## Resumen

Two new embedded pairs of adapted explicit Runge-Kutta methods of orders 4(3) and 5(4) with five and seven stages respectively for the numerical integration of initial value problems with oscillatory or periodic solutions are developed. For the optimization of the methods a trade-off between accuracy, improved stability properties and dispersion and dissipation properties is taken into account. Several numerical tests compare the efficiency of the new pairs against Franco's one.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos numéricos para la integración temporal de problemas diferenciales

---

## Referencias

- [1] Franco, J. M. Runge-Kutta methods adapted to the numerical integration of oscillatory problems. *Appl. Numer. Math.* 50 (2004), no. 3–4, 427–443.
- [2] E. Hairer, S.P. Nørsett, S.P. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I, Nonstiff Problems*, Springer, Berlin, 1993

# Un esquema de volúmenes finitos de Shallow-Water de tipo WAF. Aplicación para la simulación de inundaciones costeras

S. ORTEGA, M.J. CASTRO, J. MACÍAS

Dpto. Análisis Matemático, Facultad de Ciencias, Universidad de Málaga.  
Spain.

sergio.ortega@uma.es

J.M. GONZÁLEZ-VIDA

Dpto. Matemática Aplicada, Escuela Politécnica Superior, Universidad de  
Málaga, Spain.

E. D. FERNÁNDEZ-NIETO

Departamento de Matemática Aplicada I, E.T.S. Arquitectura, Universidad de  
Sevilla, Spain

## Resumen

Las ecuaciones de aguas someras se utilizan ampliamente para la simulación de flujos geofísicos. Estos tienen lugar, habitualmente, en dominios computacionales muy grandes, tales como una cuenca marina, una cuenca hidrográfica, etc. Además, algunos fenómenos a estudiar requieren de una escala temporal amplia (meses, o incluso años). Por tanto, es necesario el uso de esquemas numéricos precisos implementados de forma eficiente en plataformas de alto rendimiento computacional. Presentamos en este trabajo una implementación en CUDA (Compute Unified Device Architecture) del esquema TVD-WAF de dos ondas presentado en [1]. Dicho esquema resulta de la combinación, mediante limitadores de flujo, de los resolvedores HLL [2] y Lax-Wendroff, reinterpretados como esquemas de tipo PVM [3]. El esquema resultante es de orden 2 para problemas unidimensionales. Analizamos igualmente la eficiencia de la implementación, y por último, presentamos algunos tests numéricos de la inundación costera producida por un tsunami.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] M. DE LA ASUNCIÓN, M.J. CASTRO, E.D. FERNÁNDEZ-NIETO, J.M. MANTAS, S. ORTEGA-ACOSTA, J.M. GONZÁLEZ-VIDA. Efficient GPU implementation of a two waves TVD-WAF method for the two-dimensional one layer shallow water system on structured meshes *Computer & Fluids* In press, 2012.
- [2] E.D. FERNÁNDEZ-NIETO, D. BRESCH, J. MONNIER. A consistent intermediate wave speed for a well-balanced HLLC solver. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 346(13-14):795-800.
- [3] M.J. CASTRO, E.D. FERNÁNDEZ-NIETO A class of computationally fast first order finite volume solvers: PVM methods. *SIAM J. Sci. Comput.* 34(4):A2173-A2196.

# A semi-Lagrangian AMR scheme for 2D transport problems in conservation form

FRANCESCO VECIL, PEP MULET

Departament de Matemàtica Aplicada, Universitat de València

francesco.vecil@gmail.com, mulet@uv.es

## Resumen

We propose a numerical instrument to solve, in dimension  $N \in \{1, 2\}$ , transport problems written in conservation form

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \operatorname{div}_{\mathbf{x}} [\mathbf{a}(t, \mathbf{x})u] = 0, \quad u(0, \mathbf{x}) = u^0(\mathbf{x}), \quad (t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \Omega, \quad (1)$$

where  $\Omega = \prod_{n=1}^N [(x_n)_{\min}, (x_n)_{\max}] \subseteq \mathbb{R}^N$ ,  $u : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  and  $\mathbf{a} : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^N$ . The amount  $u(t, \mathbf{x})$  evolves following the laws described by the advection field  $\mathbf{a}(t, \mathbf{x})$ , whose expression depends on the nature of the system studied. Common issues in the simulation of such problems are the appearance or movement of large gradients, the filamentation of the phase space or the presence of vortices, in which cases many discretization points are required, while smooth zones could be given less resolution. If a Fixed-Mesh (FM) discretization is used, then the choice of meshing the whole domain at the highest resolution is forced, which makes the numerical method time-consuming. Adaptive-Mesh-Refinement (AMR) [3, 1] schemes describe different zones of the domain  $\Omega$  with different resolutions; the grid hierarchy is updated after each time step depending on the features of  $u(t, \mathbf{x})$ . The transport stages of (1) are solved by means of a PWENO-semi-Lagrangian (SL) strategy [2]; we extend to the 2D setting by means of a second-order Strang splitting [4]. We show several 2D benchmark tests (Vlasov-Poisson, deformation flows, guiding-center and Kelvin-Helmholtz instabilities) of which we discuss the quality and the speedup with respect to a FM strategy. We show the preliminary results relative to the application of our strategy to a Vlasov-Maxwell system for the description of a laser penetrating into a plasma.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones.

---

## Referencias

- [1] Antonio Baeza, Anna Martínez-Gavara, and Pep Mulet. Adaptation based on interpolation errors for high order mesh refinement methods applied to conservation laws. *Applied Numerical Mathematics*, 62(4):278 – 296, 2012. Third Chilean Workshop on Numerical Analysis of Partial Differential Equations (WONAPDE 2010).
- [2] J. A. Carrillo and F. Vecil. Nonoscillatory interpolation methods applied to Vlasov-based models. *SIAM J. Sci. Comput.*, 29(3):1179–1206 (electronic), 2007.
- [3] A. Cohen, S. M. Kaber, S. Müller, and M. Postel. Fully adaptive multiresolution finite volume schemes for conservation laws. *Mathematics of Computations*, 72(241):183–225, 2003.
- [4] Gilbert Strang. On the construction and comparison of difference schemes. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 5(3):pp. 506–517, 1968.

# PVM-2U-FL: un esquema de volúmenes finitos con limitadores de flujo de segundo orden y bajo coste computacional

M.J. CASTRO-DÍAZ

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Málaga

castro@anamat.cie.uma.es

E. D. FERNÁNDEZ-NIETO, G. NARBONA-REINA

Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad de Sevilla

edofe@us.es, gnarbona@us.es

M. DE LA ASUNCIÓN

Dpto. Lenguajes y Sistemas Informáticos, Universidad de Granada

marc@correo.ugr.es

## Resumen

En este trabajo se propone un método de volúmenes finitos de segundo orden con limitadores de flujo llamado PVM-2U-FL. Una de las características del método propuesto es que sólo utiliza información de las dos ondas externas del sistema hiperbólico. Este método se puede ver como una extensión natural del método WAF introducido por el profesor Toro en [3]. Se demuestra que independientemente del número de incógnitas del sistema hiperbólico 1D se recupera de forma exacta un método de segundo orden en zonas regulares. Mientras que en presencia de discontinuidades degenera al método PVM-2U (ver [1], [2]). Otra propiedad interesante del método propuesto es que no necesita ninguna descomposición espectral de la matriz jacobiana o de la matriz de Roe asociada a la función de flujo. Por lo tanto, se puede aplicar fácilmente a sistemas con un gran número de incógnitas o en situaciones en las que no se conoce la expresión analítica de los autovalores del sistema. En este trabajo, se aplica el método PVM-2U-FL en problemas de magnetohidrodinámica y en flujos estratificados multicapa.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] M.J. Castro, E.D. Fernández-Nieto. *A class of computationally fast first order finite volume solvers: PVM methods*. SIAM J. Sci. Comput. 34(4) (2012), 2173-2196.
- [2] P. Degond, P.F. Peyrard, G. Russo, Ph. Villedieu. *Polynomial upwind schemes for hyperbolic systems*. C. R. Acad. Sci. Paris 328 (1999), 479-483.
- [3] E.F. Toro. *A Weighted Average Flux Method for Hyperbolic Conservation Laws*. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 423 (1989), 401-418.

## El operador *splitting* aplicado a las ecuaciones hiperbólicas con términos fuente

MARÍA ELENA VÁZQUEZ-CENDÓN,  
PEDRO GONZÁLEZ DE ALAIZA MARTÍNEZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Santiago de  
Compostela

elena.vazquez.cendon@usc.es, pgalaiza@hotmail.com

### Resumen

La técnica del operador *splitting* aplicada a un problema de valor inicial (PVI) de ecuaciones hiperbólicas con términos fuente [4] consiste en descomponerlo en dos PVI's asociados a una EDP hiperbólica homogénea, que tiene en cuenta la advección; y a una EDO definida por el término fuente, a la que asociamos los efectos de la evolución. En el trabajo se precisan además las condiciones iniciales de ambos problemas. La ventaja de este método, pese a que obliga a resolver dos PVI's en cada paso de tiempo, radica en que la resolución numérica de éstos es más sencilla y existe una gran variedad de esquemas numéricos desarrollados para los mismos.

En el caso lineal, el problema correspondiente es equivalente tanto a transportar primero,  $u_t + \lambda u_x = 0$ , y evolucionar después,  $\frac{du}{dt} = s(x, t, u)$ , como a evolucionar primero y transportar después. Se demuestra la equivalencia de los problemas obtenidos con las dos descomposiciones mencionadas, con el problema de partida, y se proponen métodos numéricos para cada una de las opciones.

Si se considera un flujo advectivo no lineal entonces, al extender a nivel continuo la metodología del caso lineal, aparece un desfase dependiente del orden del *splitting* [3], y en el caso discreto se obtienen esquemas diferentes según el orden pero que, no obstante, llegan a converger con orden uno a la solución [2]. En el trabajo se propone una modificación del flujo de la parte advectiva, para obtener también en el caso no lineal un *splitting* equivalente al problema de partida, a partir del cual se pueden desarrollar a nivel discreto esquemas numéricos sin el mencionado error debido al *splitting*.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones.

---

### Referencias

- [1] Bermúdez, A., & Vázquez-Cendón, M. E. (1994). Upwind Methods for Hyperbolic Conservation Laws with Source Terms. *Computers Fluids*, 23 (8), 1049-1071.
- [2] Langseth, J. O., Tveit, A., & Winther, R. (1996). On the Convergence of Operator-Splitting Applied to Conservation Laws with Source Terms. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 33 (3), 843-863.
- [3] LeVeque, R. J. (2002). *Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems: Vol. 31. Cambridge Texts in Applied Mathematics*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.
- [4] Toro, E. F. (2009). *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction* (3rd ed.). Berlin Heidelberg, Germany: Springer-Verlag.

## Simulación de transporte de sedimentos mediante arrastre en aguas someras

TOMÁS MORALES DE LUNA

Dpto. de Matemáticas. Universidad de Córdoba

Tomas.Morales@uco.es

ENRIQUE D. FERNÁNDEZ NIETO

Dpto. de Matemática Aplicada. Universidad de Sevilla

edofer@us.es

CARINE LUCAS

MAPMO UMR CNRS 7349, Université d'Orléans

carine.lucas@univ-orleans.fr

### Resumen

Los sedimentos se definen como un materiales sólidos fragmentados, tales como limo, arena, grava, precipitados químicos y fragmentos de fósiles, que son transportados y depositados por el agua, hielo o el viento o que se acumulan a través de la precipitación química o por la secreción de organismos, y que forma capas en la superficie de la Tierra. El transporte de sedimentos se define entonces como el movimiento de estas partículas sólidas o sedimentos como consecuencia de la combinación de la fuerza de la gravedad actuando sobre el sedimento y/o el movimiento de un fluido que lo transporta. Nos centraremos aquí en el llamado transporte de arrastre (*bedload transport*) que es aquel en el que la carga del sedimento viaja inmediatamente por encima del fondo y se produce principalmente como consecuencia de las colisiones entre las partículas más que la turbulencia del fluido.

En lo relativo al transporte de arrastre, un posible enfoque para modelarlo es usar un sistema acoplado consistente en una componente hidrodinámica, que describe el comportamiento del fluido (usualmente modelada mediante un sistema tipo *shallow water*), y una componente morfodinámica, que describe el transporte del sedimento (modelada mediante una ecuación de transporte por un flujo de arrastre o caudal sólido). Se obtiene así el llamado sistema de Exner [1].

Mostraremos que el modelo es hiperbólico al menos en situaciones físicas según lo expuesto en [2]. Además, presentaremos una nueva formulación para el flujo de arrastre que tiene en cuenta el espesor de la capa de sedimento y con el que se obtienen simulaciones numéricas más realistas.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

### Referencias

- [1] F. Exner. Über die wechselwirkung zwischen wasser und geschiebe in flüssen. *Sitzungsber., Akad. Wissenschaften*, pt. IIa:Bd. 134, 1925.
- [2] S. Cordier, M. Le, and T. Morales de Luna. Bedload transport in shallow water models: Why splitting (may) fail, how hyperbolicity (can) help. *Advances in Water Resources*, 34(8):980–989, Aug. 2011.

# Biased flux splittings for reducing oscillations in component-wise finite difference WENO schemes

M. CARMEN MARTÍ RAGA, PEP MULET MESTRE

Department of Applied Mathematics, University of València

maria.c.marti@uv.es, mulet@uv.es

High Resolution Shock Capturing (HRSC) schemes constitute the state of the art for the computation of accurate numerical approximations to the solution of hyperbolic systems of conservation laws, specially in computational fluid dynamics. The main drawback of these schemes is that most of them use the spectral decomposition of the Jacobian matrix of the fluxes for upwinding and in many cases this information is not available or is quite difficult to obtain. The alternative of using a Global Lax Friedrichs flux-splitting scheme (GLF) to avoid using the spectral decomposition may have an oscillatory behavior, as can be seen for example in [1].

In this work we explore some alternatives to GLF schemes based on different aspects. The first one is based on using a biased flux-splitting that uses the estimated values of the minimum and maximum eigenvalues of the Jacobian matrix of the fluxes, instead of the spectral radius of it, as GLF schemes do. The first order version of the resulting scheme turns out to be the HLL scheme. This new scheme reduces the spurious oscillations that may appear with the GLF scheme.

The other possibility of reducing oscillations consists in redesigning the weights used in the WENO reconstructions [2] in our HRSC schemes. In our work we compare the results obtained using a global definition of the smoothness indicators developed in [4], using the weights defined by Yamaleev and Carpenter in [5] and also the new weights, proposed in [3], to prove that when using our proposed weights we reduce the oscillatory behavior while maintaining the high resolution of the scheme.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] R. Donat and P. Mulet, *Characteristic-Based Schemes for Multi-Class Lighthill-Whitham-Richards Traffic Models*, J. Sci. Comput., 37, (2008), 233-250.
- [2] G.-S. Jiang and C.-W. Shu, *Efficient implementation of weighted ENO schemes*, J. Comput. Phys., 126(1), (1996), 202-228.
- [3] F. Aràndiga, M.C. Martí and P. Mulet, *Weights design for maximal order WENO schemes.*, to appear.
- [4] D. Levy, G.Puppo and G.Russo, *A fourth-order central weno scheme for multidimensional hyperbolic systems of conservation laws*, SIAM J. Sci. Comput. 24, (2002), 480-506
- [5] N.K. Yamaleev and M.H. Carpenter, *A systematic methodology for constructing high-order energy stable WENO schemes*, J. Comput. Phys., 228, (2009), 4248-4272.

# A model for 3-phase flow in a homogeneous porous medium under vertical equilibrium

F. GUERRERO, PEP MULET, ROSA M. DONAT

Department of Applied Mathematics, University of València

guecor@uv.es, mulet@uv.es, rosa.m.donat@uv.es

Mathematical models of multi-phase flow are useful in engineering applications such as enhanced oil recovery, filtration of pollutants into subsurface, etc. In [5] we derived a mathematical model for the motion of three-phase flow in a porous medium under the condition of vertical equilibrium, which can be viewed as an extension of the two-phase flow models described in [2, 4].

By using a high resolution Weighted Essentially Non Oscillatory scheme for the discretization of the buoyancy flux, we perform a numerical simulation that provides an approximated solution that displays all the physical features expected for the solution of the problem.

We show that a high resolution shock capturing scheme, such as the WENO schemes described in [7], coupled with an IMEX [1] ODE solver for the capillary term, can be used to obtain numerical simulations of test problems of practical interest. We hence conclude that the use of efficient nonlinear solvers for IMEX high resolution shock capturing schemes is a reliable and powerful tool for solving numerically our model for three-phase flow in vertical equilibrium. The numerical technique proposed in this paper can be easily adapted to other problems of engineering interest.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] U.M. Ascher, S.J. Ruuth and R. Spiteri, Implicit-explicit Runge-Kutta methods for time dependent partial differential equations, *Applied Numerical Mathematics*, 25 (1997) 151-167.
- [2] M.C.C. Cunha, M.M. Santos, J.E. Bonet, Buckley-Leverett mathematical and numerical models describing vertical equilibrium process in porous media, *Int. J. Eng. Sci.* 42 (2004) 1289-1303.
- [3] H. Darcy, *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Dalmont, Paris (1856).
- [4] R. Donat, F. Guerrero and P. Mulet, IMEX WENO schemes for two-phase flow vertical equilibrium processes in a homogeneous porous medium, Accepted on April, 2013 in *Appl. Math. Inf. Sci.*
- [5] F. Guerrero, R. Donat and P. Mulet, Solving a model for 3-phase flow vertical equilibrium processes in a homogeneous porous medium by means of a Weighted Essentially Non Oscillatory numerical scheme. Submitted, 2013.
- [6] R. Juanes, Displacement theory and multiscale numerical modeling of three-phase flow in porous media, PhD Thesis, University of Berkeley, 2003.
- [7] C.-W. Shu. High order weighted essentially nonoscillatory schemes for convection dominated problems. *SIAM Rev.*, 51(1) (2009) 82–126.



# Análisis de la incertidumbre en los datos para un modelo de avalancha submarina

C. SÁNCHEZ LINARES

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Málaga

csl@uma.es

## Resumen

El objetivo principal de esta comunicación es presentar los resultados preliminares del análisis de la incertidumbre en los datos del modelo de avalanchas de tipo Savage-Hutter introducido en [4]. En él se considera un medio formado por dos capas inmiscibles: la superior, compuesta de un fluido homogéneo no viscoso, y la inferior, compuesta de un material granular parcialmente fluidizado.

La discretización del modelo se lleva a cabo mediante un esquema path-conservativo de tipo PVM. En particular, se considera el esquema IFCP (Intermediate Field Capturing Parabola), introducido por Fernandez-Castro-Parés en [2]. En este esquema, de primer orden, la matriz de viscosidad se define mediante la evaluación de la matriz de Roe en una parábola, cuyos coeficientes se determinan usando estimaciones de las velocidades de propagación de ondas. Se considera además la extensión a orden 2, usando reconstrucciones de tipo MUSCL, siguiendo el trabajo de Gallardo-Castro-Parés en [5].

Se introduce la incertidumbre en los datos usando un método de Monte Carlo Multinivel (MLMC) siguiendo los trabajos de Mishra-Schwab-Sukys presentados en [6, 7]. Este tipo de técnicas permiten incorporar el carácter estocástico de ciertos parámetros a modelos deterministas: la idea consiste en tomar una muestra estadística representativa de los parámetros que se consideren, realizar un cálculo determinista para cada uno de los valores de la muestra y, finalmente, calcular la esperanza y los momentos de las predicciones obtenidas. La ventaja del MLMC frente a los métodos clásicos de Monte Carlo es su rápida convergencia, utilizando una sucesión de mallas encajadas que permiten incrementar el número de experimentos manteniendo un bajo costo computacional. En particular, en este trabajo, hemos realizado el análisis de incertidumbre para los parámetros: ratio de densidades, coeficiente de fricción entre capas y ángulo de fricción de Coulomb.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP hiperbólicas: métodos numéricos y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] M.J. CASTRO, A. PARDO, C. PARÉS, E. TORO: On some fast well-balanced first order solvers for nonconservative systems, *Math. Comp.*, DOI: 10.1090/S0025-5718-09-02317-5.

- [2] E.D. FERNÁNDEZ-NIETO, M.J. CASTRO, AND C. PARÉS: On an Intermediate Field Capturing Riemann Solver Based on a Parabolic Viscosity Matrix for the Two-Layer Shallow Water System. *J. Sci. Comput.* 48, 1-3 (July 2011).
- [3] P. DEGOND, P-F. PEYRARD, G. RUSSO AND PH. VILLEDIEU: *Polynomial upwind schemes for hyperbolic systems*, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I, 328 (1999), pp. 479–483 .
- [4] E.D. FERNÁNDEZ, F. BOUCHUT, D. BRESCH, M.J. CASTRO-DÍAZ, AND A. MANGENY: A new Savage-Hutter type models for submarine avalanches and generated tsunamis. *J. Comput. Phys.*, 227:7720–7754, 2008.
- [5] CASTRO DÍAZ, MANUEL J. AND GALLARDO, JOSÉ M. AND PARÉS, CARLOS High order finite volume schemes based on reconstruction of states for solving hyperbolic systems with nonconservative products. Applications to shallow-water systems *Math. Comp.*, 255:1103-1134, 2006.
- [6] S. MISHRA, CHRISTOPH SCHWAB AND JONAS SUKYS Multilevel Monte Carlo Finite Volume Methods for Shallow Water Equations with Uncertain Topography in Multi-dimensions. *SIAM J. Scientific Computing.*, 34, 6. 2012
- [7] S. MISHRA, CHRISTOPH SCHWAB AND JONAS SUKYS Multi-level Monte Carlo finite volume methods for nonlinear systems of conservation laws in multi-dimension. *J. Comput. Physics.*, 231:3365-3388. 2012

# Transferencia de herramientas matemáticas y computacionales para valorar productos financieros

C. VÁZQUEZ

Departamento de Matemáticas, Universidade da Coruña

carlosv@udc.es

## Resumen

La valoración rigurosa de productos financieros requiere el uso de una gran variedad de herramientas matemáticas para establecer los modelos, analizarlos, elegir los métodos numéricos e implementarlos de manera eficiente en el ordenador. Se emplean técnicas de cálculo estocástico, ecuaciones en derivadas parciales, optimización, métodos numéricos, simulación de Monte Carlo, etc. Las entidades, consultoras y reguladores financieros son cada vez más conscientes de la necesidad de tratar los problemas con el rigor y la formación adecuada en el ámbito de las finanzas cuantitativas. Por otro lado, aunque los temas de confidencialidad limitan la externalización de los estudios y cálculos para valorar los productos financieros incluidos en sus carteras, se trata de un campo en el que surgen oportunidades para la transferencia matemática, que se traducen en contratos o proyectos, impartición de cursos o incorporación al sector de personal formado en másters o doctorados.

En la presente charla se pretende difundir un par de ejemplos de transferencia en el ámbito de las finanzas cuantitativas. La primera parte es una colaboración con J. Prieto, J.M. López, E. Rodríguez, J.M. Matías, J.C. Reboredo en valoración de productos estructurados [3, 4], mientras que la segunda es una colaboración con J.L. Fernández, A.M. Ferreiro, J.A. García, A. Leitao, J.G. López-Salas para la valoración de opciones con modelos de volatilidad estocástica de tipo SABR y su calibración con técnicas de optimización de tipo *simulated annealing*, implementadas en GPUs para acelerar los cálculos financieros [1, 2].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Éxitos de la Matemática Industrial en España

---

## Referencias

- [1] J.L. Fernández, A.M. Ferreiro, J.A. García, A. Leitao, J.G. López-Salas, C. Vázquez, *Static and dynamic SABR stochastic volatility models: calibration and option pricing using GPUs*. Mathematics and Computers in Simulation (aparecerá en 2013).
- [2] A.M. Ferreiro, J.A. García, J.G. López-Salas, C. Vázquez, *An efficient implementation of parallel simulated annealing algorithm on GPUs*. Journal of Global Optimization, DOI 10.1007/s10898-012-9979-z, (2013).
- [3] J. Prieto, J.M. López, E. Rodríguez, J.M. Matías, J.C. Reboredo, C. Vázquez, *Financial derivatives pricing*. en: European Success Stories of Mathematics in Industry (2012).
- [4] J. Prieto, J.M. López, E. Rodríguez, J.M. Matías, J.C. Reboredo, C. Vázquez, *Utilización de técnicas estadísticas en la valoración de opciones financieras*. Actas del XXIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa SEIO 2010, (2010).

# Simulación numérica en una Central Térmica de carbón pulverizado

J.L. FERRÍN, A. BERMÚDEZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Santiago de Compostela

`joseluis.ferrin@usc.es`, `alfredo.bermudez@usc.es`

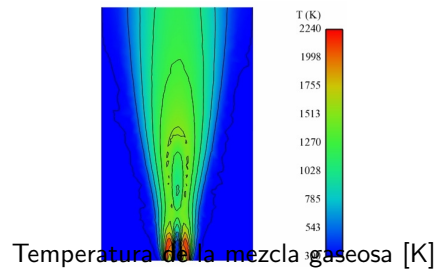
L. SAAVEDRA

E.T.S. Ingenieros Aeronáuticos. Universidad Politécnica de Madrid

`laura.saavedra@upm.es`

## Resumen

El objetivo principal de esta comunicación es la presentación de un modelo matemático que se ha desarrollado para la combustión de carbón pulverizado (ver [1]), el cual incluye la evaporación de la humedad, la devolatilización y la gasificación del *char*, con la posibilidad de que ocurran de forma simultánea. Ese modelo se ha implementado en un código de elementos finitos, en el que se utilizan métodos numéricos análogos a los semilagrangianos y que serán presentados en otra ponencia de la sesión, y validado en [2], utilizando para ello los datos de una llama generada en un chorro de carbón pulverizado, y obteniendo resultados como el que se muestra en la Figura 4.



Por otra parte, utilizando un software comercial de Mecánica de Fluidos Computacional (CFD), se han simulado numéricamente algunos de los procesos que tienen lugar en una Central Térmica de carbón pulverizado como, por ejemplo, la organización de la combustión en el interior de la caldera y la distribución de gas y partículas de carbón en las cajas de viento (ver [3]) o en un quemador.

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Éxitos de la Matemática Industrial en España.**

---

## Referencias

- [1] A. Bermúdez, J.L. Ferrín and A. Liñán. *The modelling of the generation of volatiles,  $H_2$  and  $CO$ , and their simultaneous diffusion controlled oxidation, in pulverised coal furnaces*. Combust. Theory and Model., 11(6) (2007), 949-976.
- [2] A. Bermúdez, J.L. Ferrín, A. Liñán and L. Saavedra. *Numerical simulation of group combustion of pulverized coal*. Combust. Flame, 158(9) (2011), 1852-1865.
- [3] J.L. Ferrín and L. Saavedra. *Distribution of the coal flow in the mill-duct system of the As Pontes Power Plant using CFD modeling*. Fuel Process. Technol., 106 (2013), 84-94.

# Un esquema adaptativo semilagrangiano con elementos finitos anisótropos para la resolución de problemas de Combustión

JAIME CARPIO HUERTAS, JUAN LUIS PRIETO ORTIZ

Dpto. Ingeniería Energética y Fluidomecánica, ETSI Industriales  
Universidad Politécnica de Madrid

`jaime.carpio@upm.es`, `juanluis.prieto@upm.es`

RODOLFO BERMEJO BERMEJO

Dpto de Matemática Aplicada, ETSI Industriales  
Universidad Politécnica de Madrid

`rbermejo@etsii.upm.es`

## Resumen

En este trabajo se presenta un método numérico adaptativo para la resolución de problemas temporales de Combustión en la Mecánica de Fluidos. La discretización espacial de las ecuaciones está basada en el método de los elementos finitos y la discretización temporal se realiza con un esquema semilagrangiano para tratar de forma eficiente los términos convectivos. La característica principal de la adaptación local, es que el mallado que se construye es anisótropo, lo que le capacita para adaptarse mejor a capas límite con un reducido coste computacional. Para ello, se define un tensor métrico a cada paso de tiempo, basado en indicadores de error construidos a priori y a posteriori. Ilustraremos el buen comportamiento del código numérico con la modelización de un problema de combustión en 2D y 3D, donde se analizará la interacción de llamas de difusión de Hidrógeno y vórtices que pueden ser generados en un flujo turbulento.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Éxitos de la Matemática Industrial en España.

# A global optimization approach to the design of solar power plants

E. FERNÁNDEZ-CARA

Departamento EDAN e IMUS, Universidad de Sevilla

cara@us.es

E. CARRIZOSA

Departamento de Estadística e I/O e IMUS, Universidad de Sevilla

ecarrizosa@us.es

C.A. DOMÍNGUEZ-BRAVO

IMUS, Universidad de Sevilla

carmenanadb@us.es

M. QUERO

Abengoa Solar New Technologies S.A.

manuel.quero@solar.abengoa.com

## Resumen

The research we are going to present is the current result of a contract of Abengoa Solar NTSA and the University of Sevilla. The general objective is the optimization of the geometrical characteristics of a solar thermal plant.

Some methods for optimizing central receiver plants are proposed. Both the location of the heliostats and the design of the solar tower are simultaneously considered. Maximizing the efficiency of the plant, i.e. optimizing the energy generated per unit cost, leads to a difficult high dimensional global optimization problem. Among other difficulties, the objective function is very hard to compute, no convexity properties hold for the constraints, etc.

An alternating greedy-based heuristics is suggested. Our method is compared against other state-of-the-art proposals in the literature of solar plants optimization.

We also consider other less standard situations, where strategies of the same kind can be applied: multi-size heliostat configurations, multiple tower and/or receiver plants, etc.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Éxitos de la Matemática Industrial en España.

---

## Referencias

- [1] R. Buck, *Heliostat Field Layout using Non-Restricted Optimization*, in SolarPACES 2012, 2012.
- [2] R. Buck, A. Pfahl, and T. H. Roos, *Target aligned heliostat field layout for non-linear flat terrain*, in SASEC 1st Southern African Solar Energy Conference, 2012.
- [3] A. Ramos and F. Ramos, *Strategies in Tower Solar Power Plant optimization*, Solar Energy, 86:2536–2548, 2012.

## El papel de la matemática industrial y la computación en la investigación en el sector energético. Una perspectiva.

JESÚS GARCÍA SAN LUIS, JOSÉ FRANCISCO RODRÍGUEZ CALO

Dirección de Computación Avanzada y Relaciones Científicas, Centro de Tecnología Repsol

[jgarciasl@repsol.com](mailto:jgarciasl@repsol.com), [jfrodriguez@repsol.com](mailto:jfrodriguez@repsol.com)

<http://www.repsol.com>

[http://www.repsol.com/es\\_es/corporacion/conocer-repsol/canal-tecnologia/](http://www.repsol.com/es_es/corporacion/conocer-repsol/canal-tecnologia/)

### Resumen

Las disciplinas que han centrado la actividad investigadora de Repsol en campos relacionados con la matemática industrial son fundamentalmente la simulación de equipos industriales de reacción o separación, la optimización de procesos enfocada al funcionamiento de plantas industriales de refino y petroquímica o de extracción de hidrocarburos en yacimiento, y el tratamiento estadístico de datos.

En Repsol pensamos que el futuro de las soluciones que cambien el juego en nuestro sector va a pasar por la ruptura del paradigma de soluciones únicas a problemas únicos (pasar de soluciones ad-hoc para resolver un problema específico a soluciones genéricas para resolver “clases de problemas”) y por la integración cada vez mayor del ciclo “data mining → modelización → simulación → optimización”.

El constante crecimiento de la capacidad de cómputo y la democratización del acceso a recursos computacionales que la nube va a permitir a las compañías, facilita el planteamiento de problemas cada vez más caros desde el punto de vista computacional, pero exige también en primer lugar una adecuada definición de las bases físicas y matemáticas del problema y, en segundo lugar, una conceptualización de los métodos de resolución para su implementación en arquitecturas HPC. En este marco, la matemática industrial en todas sus vertientes y las ciencias de la computación tienen un papel crucial.

En Repsol estamos convencidos de que en la industria se va a producir a medio plazo un cambio en la consideración de un profesional como experto en una determinada disciplina. La asignación de la etiqueta “experto” a aquellos profesionales cuya área de especialización se centra en el uso de paquetes comerciales para simulación o data mining, será sustituida por una concepción del experto como el profesional que es capaz de proponer y refinar modelos de los sistemas físicos objeto de estudio. El foco se trasladará desde el manejo de interfaces y menús de software propietario al manejo de conceptos físicos, desde la prueba de diferentes parámetros de los métodos de resolución implementados en dicho software a la prueba de diferentes propuestas de modelos del sistema, en un escenario donde, para el experto, la definición del problema, que será realizada en su lenguaje natural, quedará desligada tanto de la estrategia para su resolución como de la arquitectura de los recursos computacionales que se requieran; estos



dos campos pasarán a ser completamente transparentes para el experto en la compañía, lo que requiere por parte de la academia de los desarrollos necesarios para permitir esta posibilidad.

El Centro de Tecnología de Repsol pretende adelantarse a ese cambio y, para hacer realidad esta visión, hemos apostado por alianzas estratégicas con la academia en el campo de la matemática industrial y de ciencias de la computación, no sólo reforzando actividades en las que tradicionalmente se venía colaborando como formación y consultoría, sino fundamentalmente iniciando proyectos conjuntos con grupos de excelencia en dichas disciplinas.

Estos proyectos permitirán en el futuro al Centro de Tecnología Repsol simular y reproducir el comportamiento de reservorios de hidrocarburos con una precisión nunca antes alcanzada, inferir rutas metabólicas para maximizar la producción de biocombustibles por parte de microorganismos, determinar geometrías, configuraciones y condiciones de operación óptimas en reactores catalíticos de refinería o generar diseños optimizados de plataformas flotantes para aerogeneradores marinos en función del emplazamiento.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Éxitos de la Matemática Industrial en España

## Estudio de las dinámicas reales del método de Newton amortiguado aplicado a polinomios cúbicos

JOSÉ MANUEL GUTIÉRREZ, ÁNGEL ALBERTO MAGREÑÁN,  
Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja  
jmguti@unirioja.es, alberto.magrenan@gmail.com

### Resumen

En la siguiente comunicación se presenta un estudio detallado de las dinámicas del método de Newton amortiguado

$$x_{n+1} = x_n - \lambda \frac{p(x_n)}{p'(x_n)} \quad (2)$$

aplicado a un polinomio de la forma  $p(x) = x^3 + \gamma x + 1$  para valores del parámetro amortiguador  $\lambda$  reales. Este polinomio, presenta una raíz doble en  $\gamma_* \approx -1,88988$ , y debido a ello, va a ser un valor importante. En este estudio, se diferencian los siguientes casos en función del valor del parámetro  $\gamma$ :

- $\gamma < \gamma_*$ .
- $\gamma = \gamma_*$
- $\gamma_* < \gamma < 0$
- $\gamma = 0$
- $\gamma > 0$

con resultados sorprendentes. El trabajo realizado se apoya, además de en un estudio analítico, en un estudio gráfico de las dinámicas junto con gráficos de los exponentes de Lyapunov y diagramas de bifurcaciones de Feigenbaum.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales

---

## Referencias

- [1] S. AMAT, S. BUSQUIER Y Á. A. MAGREÑÁN, Reducing chaos and bifurcations in Newton-type methods, *To appear in Abstract and Applied Analysis* (2013)
- [2] J. M. GUTIÉRREZ Y S. PLAZA: *Estudio dinámico del método de Newton para resolver ecuaciones no lineales*, Pendiente de publicar.
- [3] J. B. McLAUGHLIN, Convergence of the relaxed Newton's method for cubic equations, *Computers chem. Engng* **17** (10) (1993) 971–983.
- [4] J. WALSH, The dynamics of Newton's method for cubic polynomials, *College Mathematical Journal* **26** (1) (1995), 22-28.

# Métodos iterativos para optimizar el software de los receptores GPS

MANUEL F. ABAD, ALICIA CORDERO, JUAN R. TORREGROSA

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

maabrod@mat.upv.es, acordero@mat.upv.es, jr Torre@mat.upv.es

## Resumen

Para determinar la posición del usuario en el *Global Positioning System* (GPS), el receptor debe resolver un sistema de ecuaciones no lineales, cuyo número de ecuaciones coincide con la cantidad de satélites utilizados. Habitualmente, y como se puede comprobar en [1], utilizan un software que implementa el conocido método iterativo de Newton, método óptimo en el sentido de Kung y Traub ([3]) con orden de convergencia dos.

El objetivo de este trabajo es la mejora de la parte software de los receptores GPS, proponiendo dos nuevos métodos iterativos (M4 y M5, de órdenes cuatro y cinco, respectivamente), que pretenden obtener las mismas soluciones del sistema de ecuaciones no lineales con un menor número de iteraciones, de evaluaciones funcionales, mejorando los índices de eficiencia, etc. Los métodos se obtienen combinando adecuadamente el método de Newton con el de Traub ([5]), de orden tres. Además, utilizando el proceso descrito para la implementación del método M5 y una idea del trabajo [2] denominada *pseudocomposición*, generalizamos el resultado para dos métodos cualesquiera de órdenes  $p$  y  $q$  respectivamente, con  $p \leq q$ , obteniendo un método de orden  $p + q$ .

Comparamos los resultados obtenidos con el método de Newton, el de Traub, el reciente publicado método de orden cuatro de Sharma ([4]) y nuestros métodos M4 y M5, al ser aplicados al sistema de ecuaciones no lineales del GPS y a una serie de sistemas no lineales académicos. con el objetivo de comprobar los resultados teóricos obtenidos.

Se observa que los nuevos métodos iterativos desarrollados son competitivos en relación a los métodos con los que han sido comparados.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales

---

## Referencias

- [1] J. Bao-Yen Tsui, *Fundamentals of Global Positioning System Receivers, a Software Approach*, Wiley Interscience, (2005).
- [2] A. Cordero, J.R. Torregrosa, M. P. Vassileva, Pseudocomposition: A technique to design predictor-corrector methods for systems of nonlinear equations, *Applied Mathematics and Computation* 218 (2012) 11496-11504.
- [3] H.T. Kung, J.F. Traub, Optimal order of one-point and multi-point iterations, *J. Assoc. Comput. Math.* 21 (1974) 643-651.
- [4] J. R. Sharma, R. Kumar Guha, R. Sharma, An efficient fourth order weighted-Newton method for systems of nonlinear equations. *Numer. Algor.* 62 (2013) 307-323.
- [5] J.F. Traub, *Iterative Methods for the Solution of Equations*, Chelsea Publishing Company, New York, 1982.

# Convergencia del modelo de deconvolución basado en la regulación fraccionaria del operador laplaciano

PANTALEÓN D. ROMERO, ANTONIO FALCÓ

Departamento de Ciencias Matemáticas, Físicas y de la Computación.  
Universidad CEU-Cardenal Herrera

pantaleon.romero@uchceu.es; afalco@uchceu.es

VICENTE F. CANDELA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valencia

vicente.candela@uv.es

## Resumen

Presentaremos resultados teóricos que nos permiten garantizar la convergencia del algoritmo de deconvolución basado en las potencias fraccionarias del operador laplaciano propuesto en [2]. Nuestros resultados muestran una alternativa a la convexidad, que es una característica que se pierde a menudo en el contexto de la no linealidad.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales.

---

## Referencias

- [1] A. Falcó, W. Hackbusch. On minimal subspaces in tensor representations, to appear in Found. Comput. Math. available as *Preprint 70/2010* Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences 2010.
- [2] P.D. Romero, V.F. Candela, Blind deconvolution models regularized by fractional powers of the Laplacian, J. Math Imaging Vis., 32, 181-191 (2008).
- [3] P.D. Romero, V.F. Candela, Mathematical models for restoration of Baroque paintings, Lecture Notes in Computer Sciences, 4179, 24-34 (2006).
- [4] A. Carasso, Direct blind deconvolution, SIAM J. Numer. Anal., 61, 1980-2007 (2001).
- [5] S. Didas, B. Burgeth, A. Imiya, J. Weickert, Regularity and scale-space properties of fractional high order linear filtering, Lecture Notes in Computer Sciences, 3459, 13-25,(2005).
- [6] L. He, A. Marquina, S. Osher, Blind deconvolution using TV regularization and Bregman iteration. Int. J. Imag. Systems and Techn., 15, 74-83 (2005).

# Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales y no diferenciables mediante el método de Steffensen

J. A. EZQUERRO Y M. A. HERNÁNDEZ

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

jezquer@unirioja.es, mahernan@unirioja.es

## Resumen

La resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de la forma  $F(x) = 0$ , donde  $F : D \subseteq \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  está definida en un dominio abierto convexo no vacío  $D$ , es un problema habitual de las ciencias y la ingeniería. Como bien sabemos, encontrar soluciones exactas del sistema anterior es difícil y, por eso, recurrimos habitualmente a su aproximación mediante métodos iterativos. Entre estos, destaca especialmente el método el método de Newton, cuyo orden de convergencia es dos. La aplicación del método de Newton pasa por la evaluación de  $F'$  en cada paso  $x_n$  de iteración. Bien porque ésta sea costosa o porque no exista, son especialmente interesantes los métodos iterativos que no utilizan derivadas [1, 3].

Es frecuente la aproximación de derivadas mediante diferencias divididas, dando lugar así a métodos iterativos que utilizan diferencias divididas en vez de derivadas. Dentro de este tipo de métodos, podemos destacar el de Steffensen, cuyo interés principal radica en que la aproximación de la derivada  $F'(x_n)$ , que aparece en cada paso  $x_{n+1}$  del método de Newton, por la diferencia dividida  $[x_n, x_n + F(x_n); F]$  es lo suficientemente buena como para mantener la convergencia cuadrática [2] y la eficiencia computacional del método de Newton.

La mayoría de los resultados de convergencia semilocal que aparecen en la literatura matemática para el método de Steffensen exigen que  $F$  sea diferenciable, pero evidentemente la aplicación de este método no necesita evaluar derivadas de  $F$ , así que en este trabajo presentamos un novedoso resultado de convergencia semilocal para el método de Steffensen en el que no es necesario que  $F$  sea diferenciable, de manera que así podemos extender la aplicación de este método a la resolución de ecuaciones no lineales y no diferenciables.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales

---

## Referencias

- [1] S. Amat y S. Busquier. *A two-step Steffensen's method under modified convergence conditions*. J. Math. Anal. Appl., 324, 2 (2006), 1084-1092.
- [2] I. K. Argyros. *A new convergence theorem for Steffensen's method on Banach spaces and applications*. Southwest J. Pure Appl. Math., 1 (1997), 23-29.
- [3] F. A. Potra y V. Pták, *Nondiscrete induction and iterative methods*, Pitman Publishing Limited, 1984.

# Mapa de contornos a partir del modelo de detección de Chan-Vese

PERFECTO VIDAL LLORET

Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I

pervillo@alumni.uv.es

VICENTE CANDELA POMARES

Departament de Matemàtica Aplicada, Universitat de València

Vicente.Candela@uv.es

## Resumen

El objetivo de esta charla pretende explicar algunas modificaciones en la interpretación del modelo de Chan-Vese, basados en la minimización del siguiente funcional:

$$F(c_1, c_2, \phi) = \mu \int_{\Omega} \delta_0(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\phi(x, y)) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\phi(x, y))) dx dy$$

Los cambios irán desarrollados a través de resolvedores rápidos tipo Fourier y regularizaciones vía parámetros de escala. Estos permiten elaborar una versión dinámica del modelo, que localiza contornos de diferente grado de suavidad. Mostramos ejemplos en los que se ilustran las virtudes de los resultados, virtudes que se plasman tanto en ventajas computacionales (coste, tiempo...) como en calidad (separación de contornos de diferente grado de regularidad, a partir de un mapa de contornos). Comparamos nuestros resultados con los obtenidos en el modelo Chan-Vese.

**Sección especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales

---

## Referencias

- [1] T. F. Chan, L. A. Vese, *Active contours without edges Image Processing, IEEE Transactions on Image Processing*, IEEE Transactions on, Vol. 10, No. 2. (February 2001), pp. 266-277.
- [2] S. Osher and J.A. Sethian, *Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi Formulation*, Journal of Computational Physics, 79, pp.12-49, (1988).
- [3] D. Mumford and J. Shah, *Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems*, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XLII 577-685 (1989).

## On a class of three-point cell-average multiresolution schemes

SERGIO AMAT, MARÍA MONCAYO, JUAN CARLOS TRILLO

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. Universidad Politécnica de Cartagena (Spain).

sergio.amat@upct.es, maria.moncayo@upct.es, jc.trillo@upct.es

JACQUES LIANDRAT

Central Marseille (LATP) (France)

liandrat@centrale-marseille.fr

### Resumen

We consider three-point subdivision schemes in the cell-average Harten's multiresolution framework. For these schemes, we study analytic properties, such as monotonicity preservation, convergence, smoothness of the limit function, approximation order and stability of the associated multiresolution transform. Third-order approximation on intervals of strict monotonicity is also investigated. The various statements are illustrated by particular examples and tested by numerical experiments.

**Sección en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

### Referencias

- [1] Amat, S.; Dadourian, K.; Liandrat, J., Analysis of a class of nonlinear subdivision schemes and associated multiresolution transforms. *Advances in Computational Mathematics* vol. 34 issue 3 April 2011. p. 253 - 277
- [2] Guessab, Allal; Moncayo, María; Schmeisser, Gerhard., A class of nonlinear four-point subdivision schemes. *Advances in Computational Mathematics* vol. 37 issue 2 August 2012. p. 151 - 190

## Improving the dynamics of classical Steffensen-type methods

S. BUSQUIER, S. AMAT

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. Universidad Politécnica de Cartagena (Spain).

sonia.busquier@upct.es, sergio.amat@upct.es.

Á. A. MAGREÑÁN

University of La Rioja. Department of Mathematics and Computation.

alberto.magrenan@gmail.com

### Resumen

Steffensen-type methods are iterative schemes free of derivatives. The derivatives are approximated using divided differences. This fact implies that the dynamics are worse. In this paper, we improve the dynamical behavior of Steffensen-type methods using a modification of the classical divided differences. We are able to find similar results as the obtained using the original schemes with derivatives like Newton, Halley, Chebyshev and Super-Halley schemes.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales



# Non-consistent multiresolution operators in the cell-average framework

FRANCESC ARÀNDIGA

Departament de Matemàtica Aplicada, Universitat de València (Spain)

arandiga@uv.es

DIONISIO F. YÁÑEZ

Departamento de Matemáticas, CC. NN. y CC. SS. aplicadas a la Educación.  
Universidad Católica de Valencia (Spain)

dionisiofelix.yanez@ucv.es

## Resumen

Multiresolution representations of data are powerful tools in image processing. In [4] Harten presents a general framework about multiresolution representation based on two operators: decimation,  $\mathcal{D}$ , and prediction,  $\mathcal{P}$ . The principal condition is that these operators satisfy the following property

$$\mathcal{D}\mathcal{P} = \mathcal{I}, \quad (3)$$

where  $\mathcal{I}$  is the identity operator. In [1] and [2] we present some classes of multiresolution operators designed using Learning and Kernel methods respectively. If we extend these operators to the cell average framework (see [3]) we obtain filters that do not satisfy the Eq. (3). We solve the consistency problem with different proposals and analyze its properties. Also some numerical experiments comparing our methods with the classical methods are presented.

**Sección en el CEDYA 2013:** Advances in Harten's Multiresolution. Applications in Signal and Image processing.

---

## Referencias

- [1] Aràndiga, F.; Cohen, A.; Yáñez, D. F., Learning-based multiresolution transforms with application to image compression. *Signal Processing*, doi: 10.1016/j.sigpro.2013.03.020.
- [2] Aràndiga, F.; Yáñez, D. F., Generalized wavelets design using Kernel methods. Application to signal processing. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 250 (2013) 1–15.
- [3] Aràndiga, F.; Yáñez, D. F., Non-separable local polynomial regression cell average multiresolution operators. Application to compression of images. In preparation.
- [4] Harten, A., Multiresolution representation of data: General framework, *SIAM J. Numer. Anal.* 33 (1996) 1205–1256.

# Un algoritmo de compresión de bloques para el cálculo de factorizaciones incompletas LU

J. MARÍN, J. MAS

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

jmarinma@imm.upv.es, jmasm@imm.upv.es

M. TŮMA

Institute of Computer Science, Academy of Sciences of the Czech Republic

tuma@cs.cas.cz

## Resumen

En diferentes aplicaciones del Álgebra Lineal Numérica es frecuente que las matrices de los sistemas de ecuaciones lineales que hay que resolver sean vacías y con elementos dispuestos de tal forma que presentan una clara estructura por bloques. Para la resolución eficiente de estos sistemas en los computadores actuales es importante la utilización de algoritmos que exploten la estructura por bloques que presentan las matrices [1]. En particular, cuando se desea obtener una solución aproximada mediante métodos iterativos preconditionados mediante factorizaciones incompletas LU. Estas matrices pueden ser vistas como matrices vacías cuyos elementos consisten en pequeños bloques densos y de esta manera es posible asociarles un grafo comprimido.

Existen diferentes técnicas de compresión de grafos. De entre todas ellas en este trabajo estudiamos la técnica hash-cosine presentada en [2]. Este algoritmo agrupa dos filas (nodos del grafo) de la matriz si el ángulo que forman en su matriz de adyacencia es menor que un parámetro determinado. El propósito de este trabajo es modificar este algoritmo introduciendo un mecanismo que tenga en cuenta también la magnitud de los elementos de las filas.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Precondicionadores y métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] J.J. Dongarra, I.S. Duff, D.C. Sorensen, H.A. van der Vorst. *Numerical linear algebra for High-Performance Computer*, SIAM, Philadelphia, PA, 1998.
- [2] Y. Saad. *Finding exact and approximate block structures for ilu preconditioning*. SIAM Journal on Scientific Computing, 24:1107–1123, 2003.

# Precondicionadores para problemas de mínimos cuadrados

J. MAS, R. BRU, J. MARÍN

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

@imm.upv.es, rbru@imm.upv.es, @imm.upv.es

M. TŮMA

Institute of Computer Science, Academy of Sciences of the Czech Republic

tuma@cs.cas.cz

## Resumen

Para resolver problemas de mínimos cuadrados con matrices grandes y vacías pueden utilizarse métodos iterativos, en particular el método CGLS [1]. Presentamos nuevas técnicas de preconditionamiento para este método. La primera técnica consiste en reordenar las filas de la matriz de coeficientes, de forma que el bloque cuadrado superior sea invertible y lo mejor condicionado posible; se aplica entonces el algoritmo BIF para matrices no simétricas descrito en [3]. El segundo método consiste en utilizar la versión del preconditionador BIF para matrices simétricas definidas positivas descrito en [2] aplicado a la ecuación normal obtenida a partir del problema de mínimos cuadrados.

Se presentan los resultados de estos preconditionadores en diferentes matrices que muestran que estos preconditionadores pueden ser útiles en la resolución de problemas de mínimos cuadrados.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Precondicionadores y métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] Å. Björck. *Numerical methods for Least Squares Problems*. SIAM, Philadelphia, 1996.
- [2] R. Bru, J. Marín, J. Mas, and M. Tůma. Balanced incomplete factorization. *SIAM J. Sci. Comput.*, 30(5):2302–2318, 2008.
- [3] R. Bru, J. Marín, J. Mas, and M. Tůma. Improved balanced incomplete factorization. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 31(5):2431–2452, 2010.

## Actualización de preconditionadores basados en la descomposición ISM

J. CERDÁN, J. MARÍN, J. MAS

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

jcerdan@imm.upv.es, jmarinma@imm.upv.es, jmasm@mat.upv.es

### Resumen

Sea  $Ax = b$  un sistema de ecuaciones lineales donde  $A$  es una matriz  $n \times n$ , no singular de gran dimensión y vacía. Supongamos que  $B$  es la matriz obtenida tras aplicar una actualización de rango bajo a la matriz  $A$ , es decir,  $B = A + PQ^T$ , donde  $P$  es  $n \times r$ ,  $Q$  es  $r \times n$  con  $r \ll n$ . En este trabajo consideramos el problema de actualizar un preconditionador previamente calculado para  $A$  con el objetivo de resolver el sistema actualizado  $Bx = b$  mediante un método iterativo preconditionado.

En particular estudiamos la aplicación de preconditionadores tipo BIF [1]. Este método utiliza la propuesta basada en la descomposición ISM [2]. Este tipo de preconditionadores calcula, al mismo tiempo, las factorizaciones  $LDU$  de  $A$  y de su inversa  $A^{-1}$ , de forma que en el cálculo los factores directos e inversos influyen unos sobre otros y esto permite utilizar estrategias adecuadas de vaciado que controlan el condicionamiento de los factores. Analizamos cómo utilizar la estrategia BIF en la actualización del preconditionador de forma que se pueda introducir la nueva información en los factores ya calculados sin necesidad de recalcularlos. Los resultados de los experimentos numéricos realizados con diferentes tipos de problemas se presentan al final del trabajo.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Preconditionadores y métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales y aplicaciones

---

### Referencias

- [1] R. Bru, J. Marín, J. Mas and M. Tuma. Balanced incomplete factorization. To appear in *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 30(5): 2302-2318, 2008.
- [2] R. Bru, J. Cerdán, J. Marín, and J. Mas. Preconditioning sparse nonsymmetric linear systems with the Sherman-Morrison formula. *SIAM J. Sci. Comput.*, 25(2):701–715, 2003.

# Precondicionadores espectrales para la ecuación de la difusión neutrónica dependiente del tiempo

D. GINESTAR

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia

`dginesta@mat.upv.es`

S. GONZÁLEZ-PINTOR, G. VERDÚ

Instituto de Seguridad Industrial, Radiofísica y Medio ambiente, Universidad Politécnica de Valencia

`segonpin@isirymp.upv.es`, `gverdu@iqn.upv.es`

## Resumen

Para resolver la ecuación de la difusión dependiente del tiempo, se suele utilizar un método implícito para discretizar la parte temporal de las ecuaciones. Por lo tanto, para el análisis de un determinado transitorio es necesario resolver una secuencia de sistemas lineales  $A^n x^n = b^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Los sistemas de ecuaciones se resuelven mediante métodos iterativos como el GMRES-DR [3] que permiten estimar un subespacio invariante de la matriz en el proceso de resolución. Este subespacio obtenido se utiliza para precondicionar el siguiente sistema a resolver. Usando esta idea se estudian principalmente dos estrategias de precondicionado. La primera se basa en la construcción de forma implícita de un precondicionador que reduce el radio espectral de las matrices moviendo los autovalores más pequeños de la matriz [2]. La segunda estrategia recicla este subespacio invariante asociado a los autovalores más pequeños, de forma que no interfieran en las direcciones de búsqueda que utiliza el método iterativo utilizado [1]. La eficacia de estas estrategias para la integración de la ecuación de la difusión neutrónica se estudia resolviendo un transitorio típico en un reactor pequeño de tipo VVER.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Precondicionadores y métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales y aplicaciones

---

## Referencias

- [1] L. M. Carvalho, S. Gratton, R. Lago, X. Vasseur, *A flexible generalized conjugate residual method with inner orthogonalization and deflated restarting*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 32(4) (2011), 1212-1235.
- [2] L. Giraud, S. Gratton, E. Martin, *Incremental spectral preconditioners for sequences of linear systems*, Applied Numerical Mathematics, 57, (2007), 1164-1180.
- [3] R. B. Morgan, *GMRES with deflated restarting*, SIAM J. Sci. Comput., 24 (2002), 20-37.

# Resolución numérica eficiente de ecuaciones de segundo orden en tiempo mediante métodos multipaso coseno simétricos

M. J. MORETA

Departamento de Fundamentos del Análisis Económico I, Universidad Complutense de Madrid

mjesusmoreta@ccee.ucm.es

B. CANO

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid, IMUVA

bego@mac.uva.es

## Resumen

En esta comunicación presentamos los principales resultados obtenidos en el estudio de los métodos multipaso coseno explícitos y simétricos [1, 3]. Estos métodos son integradores numéricos eficientes cuando se integran en tiempo ecuaciones en derivadas parciales, como la ecuación de ondas o de la viga no lineales, que tienen también un carácter hamiltoniano.

Estos métodos han sido especialmente diseñados para integrar problemas de segundo orden en tiempo de la forma  $\ddot{y}(t) = -\Omega^2 y(t) + g(t, y(t))$ , con  $g$  una función regular y  $\Omega$  cierta matriz que supondremos regular con autovalores reales. Este tipo de problemas aparece tras la discretización pseudo-espectral de los problemas mencionados anteriormente con condiciones frontera periódicas. Estos métodos son un subtipo de los llamados integradores exponenciales por resolver la parte lineal de manera exacta, lo que hace que sea posible obtener métodos explícitos y estables simultáneamente para problemas linealmente rígidos. Por ser para ecuaciones de segundo orden en tiempo, se denotan como coseno.

Para construir estos métodos hemos utilizado la existencia de métodos multipaso estándar simétricos y explícitos con orden alto para integrar sistemas de segundo orden en tiempo [4], que se han construido de manera óptima con respecto a su intervalo de estabilidad. Esto conduce también a un buen comportamiento frente a resonancias [2].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Integración geométrica de ecuaciones en derivadas parciales

---

## Referencias

- [1] B. Cano and M. J. Moreta, *Multistep cosine methods for second-order partial differential equations*, IMA J. Numer. Anal. 30 (2010), 431-461.
- [2] B. Cano and M. J. Moreta, *Stability and resonances of multistep cosine methods*, Journal of Computational Mathematics, 30 (2012), 517-532.
- [3] B. Cano and M. J. Moreta, *High order symmetric multistep cosine methods*, APNUM, 66 (2013) 30-44.
- [4] G. D. Quinlan and S. Tremaine, *Symmetric multistep methods for the numerical integration of planetary orbits*, The Astronomical Journal, 100 (1990), 1694-1700.

## Generación dinámica de ondas solitarias

NURIA REGUERA

IMUVA, Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de Burgos  
nreguera@ubu.es

ISAÍAS ALONSO-MALLO

IMUVA, Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid  
isaias@mac.uva.es

### Resumen

El problema de obtener numéricamente ondas solitarias para ecuaciones de ondas no lineales ha sido tratado en la literatura mediante distintas técnicas. Una de ellas, conocida como limpieza iterativa [4, 5], está basada en simulaciones numéricas en las que la condición inicial evoluciona hacia una onda principal, o tren de ondas, junto con colas dispersivas. Dicha onda principal, para tiempo suficientemente largo, se aproxima a una onda solitaria. En la práctica, se restringe el problema a una ventana computacional finita con condiciones de frontera periódicas, por lo que se necesitan técnicas de limpieza que eviten que las colas dispersivas afecten a la onda principal. El principal inconveniente de este procedimiento es que se lleva a cabo de manera manual, eligiendo el tiempo en el que se realiza la limpieza para cada experimento en particular, así como la región en la que se deben eliminar las colas dispersivas. De esta manera, se convierte en un proceso muy laborioso con un alto coste computacional. En este trabajo, proponemos como alternativa un algoritmo totalmente automático capaz de detectar y generar ondas solitarias de manera eficiente y dinámica [3]. Está basado en un técnica de limpieza adecuada [2] y una integración numérica eficiente del problema que comprueba dinámicamente condiciones de simetría y de conservación de la velocidad de la onda. Para la integración en tiempo del problema, es esencial un buen comportamiento del error a tiempos largos. Por ello, es aconsejable la utilización de integradores geométricos que, al preservar invariantes del problema a lo largo de la integración numérica, proporcionan una buena simulación de las ondas solitarias [1].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Integración geométrica de ecuaciones en derivadas parciales

---

### Referencias

- [1] I. Alonso-Mallo, A. Durán and N. Reguera, *Simulation of coherent structures in nonlinear Schrödinger-type equations*, J. Comput. Phys. 227 (2010), 8180-8198.
- [2] I. Alonso-Mallo and N. Reguera, *A self-adjusting algorithm for solitary wave simulations*, aceptado en International Journal of Computer Mathematics.
- [3] I. Alonso-Mallo and N. Reguera, *Numerical detection and generation of solitary waves of nonlinear wave equations*, enviado para su publicación.
- [4] V. A. Dougalis, A. Durán, M. A. López-Marcos and D. E. Mitsotakis, *A numerical study of the stability of solitary waves of the Bona-Smith family of Boussinesq systems*, J Nonlinear Sci 17 (2007), 569-607.
- [5] H. Kalisch and J.L. Bona, *Models for internal waves in deep water*, Discrete and Continuous Dynamical Systems 6, no. 1 (2000), 1-20.

# Integración simpléctica y condiciones de frontera absorbentes. Estudio del caso para la ecuación de ondas

ISAÍAS ALONSO-MALLO, ANA PORTILLO

IMUVA, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid

isaias@mac.uva.es, anapor@mat.uva.es

## Resumen

En este trabajo nos ocupamos de la confluencia, al resolver numéricamente problemas de evolución en tiempo regidos por ecuaciones en derivadas parciales, de integradores temporales que preservan propiedades geométricas del flujo y condiciones de frontera absorbentes para reducir la computación a un dominio finito. Estudiamos la estabilidad en tiempo de la discretización completa resultante, calculando las regiones de estabilidad absoluta adecuadas a este caso.

Puesto que los métodos geométricos más útiles resultan no ser A-estables, se necesita un comportamiento adecuado de las partes reales de los autovalores de la discretización espacial del operador diferencial para evitar inestabilidades. Estudiamos con especial atención el caso de la ecuación de ondas unidimensional discretizada en espacio con diferencias centrales, probando que los autovalores se comportan adecuadamente. Los experimentos numéricos confirman nuestros resultados.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Integración geométrica de ecuaciones en derivadas parciales

---

## Referencias

- [1] I. Alonso-Mallo, A. M. Portillo, *Absorbing boundary conditions and geometric integration: a case study*, submitted.
- [2] E. Hairer, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential Algebraic Problems*, Springer, Berlin, 2002.
- [3] L. Halpern, *Absorbing Boundary Conditions for the Discretization Schemes of the One-Dimensional Wave Equation*, *Math. Comput.* **38** (1982), 415–429.



# Estabilidad numérica al integrar ondas planas de la ecuación de Schrödinger con algunos métodos explícitos

B. CANO, A. GONZÁLEZ-PACHÓN

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid, IMUVA

bego@mac.uva.es, agp@usal.es

## Resumen

La estabilidad numérica de ondas planas de la ecuación cúbica de Schrödinger ya ha sido estudiada en la literatura cuando se integra en tiempo con un método de splitting de primer orden [5] y con algunos métodos implícitos de segundo orden [4]. Por otro lado, también se ha visto recientemente que los métodos exponenciales Lawson pueden ser una herramienta muy eficiente para integrar dicha ecuación [1, 2, 3]. En particular, para los métodos de este tipo basados en métodos Runge-Kutta explícitos, cuando se considera la proyección sobre un invariante de la ecuación (la norma) también se está proyectando sobre otro invariante (el momento) para muchas soluciones entre las que se encuentran las ondas planas. Además, el procedimiento de proyección es muy barato. Esto hace que estos métodos sean competitivos algunas veces frente a los métodos exponenciales de splitting, que también han demostrado ser muy eficientes en la integración de esta ecuación.

En esta comunicación mostraremos los resultados de un análisis exhaustivo de la estabilidad numérica para ondas planas correspondiente a los métodos exponenciales explícitos de segundo orden siguientes: El splitting de Strang y los métodos Lawson basados en una familia uniparamétrica de métodos Runge-Kutta de 2 etapas. Para los últimos, consideraremos la versión proyectada y sin proyectar sobre la norma. Mostraremos regiones de estabilidad para estos métodos y resultados numéricos que corroboran los resultados teóricos. Además, se sugerirá una técnica para intentar evitar las posibles inestabilidades numéricas que no correspondan a inestabilidades en el problema continuo.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Integración geométrica de ecuaciones en derivadas parciales

---

## Referencias

- [1] H. Berland, A. L. Islas and C. M. Schober, *Conservation of phase space properties using exponential integrators on the cubic Schrödinger equation*, J. Comp. Phys. **225** (2007) 284–299 .
- [2] B. Cano and A. González-Pachón, *Exponential methods for the time integration of Schrödinger equation*, AIP Conference Proceedings Volume 1281 (2010).
- [3] B. Cano and A. González-Pachón, *Projected explicit Lawson methods for the integration of Schrödinger equation*, remitido para su publicación.
- [4] M. Dahlby and B. Owren, *Plane wave stability of some conservative schemes for the cubic Schrödinger equation*, ESAIM, Math. Model. and Numer. Anal. **43**(4)(2009), 677–687.
- [5] J. A. C. Weideman and B. M. Herbst, *Split-step methods for the solution of the nonlinear Schrödinger equation*, SIAM J. Numer. Anal. **23** (1986) 485–507.

## Control óptimo de la sedimentación en ríos y canales

LINO J. ALVAREZ-VÁZQUEZ, ÁUREA MARTÍNEZ

Depto. Matemática Aplicada II. Universidad de Vigo.

lino@dma.uvigo.es, aurea@dma.uvigo.es

CARMEN RODRÍGUEZ, MIGUEL E. VÁZQUEZ-MÉNDEZ, MIGUEL A. VILAR

Depto. Matemática Aplicada. Universidad de Santiago de Compostela.

carmen.rodriguez@usc.es, miguelernesto.vazquez@usc.es,  
miguel.vilar@usc.es

### Resumen

La primera parte de este trabajo se centra en el modelado matemático de los procesos relativos a la sedimentación de partículas suspendidas en grandes corrientes de agua (principalmente, ríos y canales). El modelo matemático planteado acopla el sistema de ecuaciones en derivadas parciales para la versión unidimensional de la hidrodinámica de las aguas poco profundas (formulado en términos del área húmeda y del flujo promediado) con las ecuaciones para el transporte de sedimento (formulado en términos de la concentración de partículas en suspensión y del área sedimentada).

El objetivo final de este estudio se presenta en la segunda parte, y consiste en obtener el diseño óptimo de la forma para la sección de un cauce (pensemos, por ejemplo, en el caso habitual de los canales de una planta de tratamiento de aguas residuales) a fin de evitar en él la sedimentación de partículas suspendidas y sus efectos perjudiciales: mal funcionamiento del canal, crecimiento indeseado de vegetación, etc.

En nuestra formulación del problema de control óptimo se consideran - como una primera aproximación al escenario real - únicamente dos variables de diseño: la anchura del canal y el ángulo de inclinación de las paredes laterales, ambos parámetros destinados a controlar la velocidad del agua y, en consecuencia, la sedimentación de las partículas en suspensión. En este primer acercamiento al problema desde un punto de vista de la optimización de forma, se presentan tanto resultados analíticos como numéricos (preliminares) para un caso realista simple.

**Sección especial en el CEDYA 2013: Matemáticas del Planeta Tierra**

# Un modelo 1D NPZ de acoplamiento entre la hidrodinámica y los flujos biogeoquímicos en estrechos bicapa. Aplicación a la dinámica mareal en el Estrecho de Gibraltar

JORGE MACÍAS, MANUEL J. CASTRO

Universidad de Málaga, Departamento de Análisis Matemático, Facultad de Ciencias, Campus de Teatinos, s/n, 29080-Málaga

jmacias@uma.es, castro@anamat.cie.uma.es

ENRIQUE FERNÁNDEZ-NIETO

Universidad de Sevilla Departamento de Matemática Aplicada I, ETS Arquitectura, Avda. Reina Mercedes, 2, 41012-Sevilla

edofer@us.es

## Resumen

Nutrient-phytoplankton-zooplankton (NPZ) models are a common tool in oceanographic-biological research. NPZ models incorporate one of the simplest sets of dynamics that usefully describe oceanic plankton dynamics. The three state variables considered (nutrients, phytoplankton and zooplankton) are usually modeled in terms of their hydrogen content, since nitrogen is often limiting to primary production in the ocean. The first issue in putting an NPZ model together is the choice of the transfer functions (the functional forms of joining the variables to each other) and their choice is critical to the dynamics of the model. A general set of NPZ model equations can be written as [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{dt} = f(I)g(N)P - h(P)Z - i(P)P, \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma h(P)Z - j(Z)Z, \\ \frac{dN}{dt} = -f(I)g(N)P + (1 - \gamma)h(P)Z + i(P)P + j(Z)Z. \end{array} \right. \quad (4)$$

In an NPZ model there are five transfer functions to be considered: phytoplankton response to light  $f(I)$ , phytoplankton nutrient uptake  $g(N)$ , zooplankton grazing  $h(P)$ , and phytoplankton  $i(P)$  and zooplankton  $j(Z)$  loss terms due to death, excretion, and predation by organisms not included in the model. Zooplankton assimilation  $\gamma$  is usually modeled as a simple linear function of food ingested.

The NPZ model is implemented inside a physical model describing the two-layer dynamics in the Strait of Gibraltar. Initially a 1D finite volume shallow water model has been considered [1], with a special treatment of the linearly degenerate fields, associated to the transport. Every state variable of the NPZ model will have a separate equation describing its evolution of the form:

$$\frac{dC}{dt} = \partial_t C + u \frac{\partial C}{\partial x} + \left( \frac{\partial C}{\partial t} \right)_m + \Sigma \text{ transfer functions (fluxes)} \quad (5)$$

where  $C$  is the concentration of the state variables ( $N$ ,  $P$ , or  $Z$ ),  $u$  first layer water velocity determined by the hydrodynamical model, and the term  $\left( \frac{\partial C}{\partial t} \right)_m$  parameterize mixing when the physical model determines that mixing takes place. This happens when the model loses its hyperbolic nature and imaginary eigenvalues appear. This is equivalent to a stability Froude number greater than one.

The functional form for the transfer functions, mixing term parametrizations and values for the parameters have been taken following [3].

The aim of this preliminary work is to simulate the effects of mixing processes on biogeochemical fluxes and the pelagic community in the Strait of Gibraltar area: The hydrodynamical model is used to predict interfacial mixing and advection which drive the dynamics of the pelagic community that is modeled using a simple NPZ model.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra.

---

## Referencias

- [1] M.J. Castro, J.A. García-Rodríguez, J.M. González-Vida, J. Macías and C. Parés. *Numerical simulation of two-layer shallow-water flows through channels with irregular geometry* J. Comp. Physics., Vol. 195, (2004), pp. 202-235.
- [2] P.J. Franks. *NPZ models of plankton dynamics: Their construction, coupling to physics, and application*. J. Oceanogr., Vol. 58, (2002), pp. 379-387.
- [3] D. Macías, A.P. Martín, J. García-Lafuente, C.M: García, A. Yool, M. Bruno, A. Vázquez-Escobar, A. Izquierdo, D.V. Sein, and F. Echevarría. *Analysis of mixing and biogeochemical effects induced by tides on the Atlantic-Mediterranean flow in the Strait of Gibraltar through a physical-biological coupled model*. Prog. Oceanogr., Vol. 74, (2007), pp. 252-272.

# Modeling the 1958 Lituya Bay mega-tsunami with a PVM-IFCP GPU-based model

J. M. GONZÁLEZ VIDA

Dpt. Matemática Aplicada, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Málaga, Spain

[jgv@uma.es](mailto:jgv@uma.es)

D. ARCAS

National Oceanic and Atmospheric Administration, Pacific Marine Environmental Laboratory, Seattle, USA

M. DE LA ASUNCIÓN, M.J. CASTRO, J. MACÍAS, C. SÁNCHEZ LINARES

Dpt. Análisis Matemático, Facultad de Ciencias, Universidad de Málaga. Spain

S. ORTEGA

Laboratorio de Métodos Numéricos, SCAI, Universidad de Málaga, Spain

<http://edanya.uma.es>

## Resumen

In this work we present a work in collaboration with the NOAA Center for Tsunami Research to apply the GPU version of the PVM-IFCP landslide model to the 1958 landslide generated tsunami of Lituya Bay. In this model, a layer composed of fluidized granular material is assumed to flow within an upper layer composed of an inviscid fluid (e. g. water). The model is derived in a system of local coordinates following a non-erodible bottom and takes into account its curvature, and it is discretized using a two dimensional high-order finite volume scheme implemented on GPU cards for increasing the speed-up.

This model has been previously validated by using the two-dimensional physical laboratory experiments data from H. Fritz [1]. In this work we have reconstructed the previous topo-bathymetry based on USGS geological surveys. A sensitivity analysis of some parameters has been performed in order to determine the best parameters of the model able to reproduce in the most realistic manner the real event.

In this work, first, the main characteristics of the numerical model are shown. Then, the reconstruction of the pre-tsunami scenario, a detailed simulation of the tsunami and several comparisons with real observations (runup, wave height, inundation areas, etc.) are presented.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra.

---

## Referencias

- [1] Fritz, H., Mohammed, F. and Yoo, J., *Lituya Bay Landslide Impact Generated Mega-Tsunami 50th Anniversary*. Pure and Applied Geophysics, 166(1-2), 2009,153-175.
- [2] Castro, M.J. and Fernández-Nieto, E.D., *A Class of Computationally Fast First Order Finite Volume Solvers: PVM Methods*. SIAM J. Sci. Comput., 34(4), 2012, A2173-A2196.

# El modelo Iber: una herramienta de modelización de las aguas someras

MARÍA ELENA VÁZQUEZ-CENDÓN

Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela

elena.vazquez.cendon@usc.es

## Resumen

El objetivo de este trabajo es presentar los desarrollos matemáticos presentes en el modelo Iber en el contexto de los objetivos marcados en la Sesión Matemáticas del Planeta Tierra. Además de los análisis correspondientes de los métodos numéricos presentes en Iber, objeto de ponencias en anteriores ediciones del CEDYA, proyectos de investigación y de publicaciones científicas, el objetivo del Proyecto **Aula Iber** ([www.iberaula.es](http://www.iberaula.es)) es dar respuesta a los requerimientos en materia de aguas definidos en las directrices, reglamentos y recomendaciones existentes en la legislación española, los cuales están mayoritariamente basados en directivas europeas.

**Iber** combina un módulo hidrodinámico, un módulo de turbulencia y un módulo de transporte de sedimentos, y utiliza el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones correspondientes (ver [1]). Al módulo de cálculo se le ha adaptado una interfaz que se basa en el software de preproceso y postproceso GiD, desarrollado por CIMNE. El resultado es una herramienta de modelización numérica del flujo de agua y sedimentos en ríos y estuarios, que utiliza esquemas numéricos avanzados especialmente estables y robustos en cualquier situación pero especialmente adecuados para flujos discontinuos y, en concreto, para cauces torrenciales y regímenes irregulares.

Se presentarán los resultados numéricos con los modelos que los sustentan y las correspondientes validaciones con datos experimentales y reales en diferentes zonas geográficas del Planeta tanto para la propagación de corrientes de mareas y transporte de solutos [2], como para la simulación de inundaciones [3] y también la resolución de problemas en canales hidráulicos [1].

Los coautores del presente trabajo son los autores y coautores de las referencias que se indican.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra

---

## Referencias

- [1] E. Bladé, L. Cea, G. Corestein, E. Escolano, J. Puertas, M.E. Vázquez-Cendón, J. Dolz, A. Coll, J. Simon. Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. Disponible online desde el 19 de noviembre de 2012.
- [2] L. Cea, J. Puertas, M.E. Vázquez-Cendón, Unstructured finite volume discretisation of bed friction and convective flux in solute transport models linked to the shallow water equations. *Journal of Computational Physics* 231, 3317-3339, 2012.
- [3] J.C. González-Aguirre. *Simulación numérica de inundaciones en Villahermosa*, Tesis de Máster, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, 2012.

# Comparación de modelos de balance de energía en grandes masas de hielo: entalpía frente a temperatura

N. CALVO, J. DURANY

Departamento de Matemática Aplicada II, E.I. Telecomunicación, Universidad de Vigo. Campus Marcosende, 36310-Vigo (Spain)

{nati, durany}@dma.uvigo.es

C. VÁZQUEZ

Departamento de Matemáticas, Facultad de Informática, Universidad de A Coruña. Campus Elviña. 15071-A Coruña (Spain)

carlosv@udc.es

## Resumen

En este trabajo se propone y resuelve numéricamente un modelo matemático de balance energético para simular los diferentes procesos térmicos y elásticos que tienen lugar en grandes masas de hielo politérmicas. La modelización se realiza siguiendo las ideas de Aschwanden-Blatter [1] mediante una formulación en entalpía, pero teniendo en cuenta, además, condiciones de contorno basales no lineales sobre la zona fría y la zona temperada e incluyendo, por tanto, los efectos de deslizamiento basal en el modelo global. Este modelo se enmarca en el contexto de los llamados de hielo poco profundo (SIA) e involucra relaciones entre la entalpía, la temperatura y el contenido de agua [3]. Una de las novedades de este trabajo radica en la aproximación del operador de Heaviside multívoco, que modeliza la discontinuidad de la difusividad térmica a través de la desconocida frontera libre de transición que separa la zona fría de la zona temperada. En concreto, la técnica numérica que se utiliza es un método de dualidad aplicado a operadores maximales monótonos que resuelve, simultáneamente, el problema de frontera libre y el término de difusión no lineal. Se presentan simulaciones numéricas con datos reales de la Antártida y, además, se comparan los resultados numéricos con los obtenidos en trabajos previos de los autores a partir de modelos de balance de energía en temperatura (ver [2]). La implementación se realiza mediante un código propio y específico utilizando el método de elementos finitos: GLAciology NUMerical SIMulation Toolbox (GLANUSIT).

**Sección especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra

---

## Referencias

- [1] A. Aschwanden, H. Blatter. *Mathematical modeling and numerical simulation of polythermal glaciers*. J. of Geophysical Research, 114 (2009), 1-10, F01027.
- [2] N Calvo, J. Durany, C. Vázquez. *A new fully nonisothermal coupled model for the simulation of ice sheet flow*. Physica D, 239 (2010), 248-257.
- [3] R. Greve, H. Blatter, *Dynamics of Ice Sheets and Glaciers*, Springer, 2009.

## Soluciones singulares del problema de Muskat

ANGEL CASTRO, DIEGO CÓRDOBA, CHARLES FEFFERMAN, FRANCISCO GANCEDO, MARÍA LÓPEZ-FERNÁNDEZ

ICMAT, ICMAT, University of Princeton, Universidad de Sevilla, Universität Zürich

angel\_castro@icmat.es, dcg@icmat.es, cf@math.princeton.edu, fgancedo@us.es, maria.lopez@math.uzh.ch

### Resumen

El problema de Muskat trata sobre el movimiento de dos fluidos incompresibles e inmiscibles con distintas densidades en un medio poroso. En él se considera que los fluidos están sometidos a la ley de Darcy y a la ley de la conservación de la masa. El estudio de esta dinámica puede ser reducido a una ecuación para la evolución de la interfase que separa los dos fluidos. Dicha ecuación es no lineal, no local y tiene cierto carácter parabólico. Debido a este carácter podemos hablar de dos regímenes, el estable y el inestable que dependen de la ordenación de las densidades. En esta charla estudiaremos el comportamiento de ciertas soluciones que comienzan en el régimen estable siendo analíticas, pasan al inestable y finalmente pierden regularidad en tiempo finito.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra

---

### Referencias

- [1] A. Castro, D. Córdoba, C. Fefferman, F. Gancedo, M. López-Fernández. *Rayleigh-Taylor breakdown for the Muskat problem with applications to water waves*, Ann.of Math. 175 (2012) 909-948..
- [2] A. Castro, D. Córdoba, C. Fefferman, F. Gancedo. *Breakdown of smoothness of the Muskat problem*. Arch. Ration. Mech. Anal. (2013).



## Fire Modelling: Simulation of a real case

L. FERRAGUT, M.I. ASENSIO, J.M. CASCÓN

Inst. Universitario de Física Fundamental y Matemáticas, Univ. de Salamanca  
ferragut@usal.es, mas@usal.es, casbar@usal.es

D. PRIETO

Departamento Matemática Aplicada, Univ. de Salamanca  
dpriher@usal.es

### Resumen

In recent years, the advances in computational power and the increase in the capabilities of spatial information technologies (remote sensing and geographic information systems) offer great potential for the effective modelling of wildland fire behaviour. This has re-intensified the interest in the fire behaviour modelling as can be appreciated in the reviews that have appeared recently on wildland fire modelling [1, 2].

Following previous models presented by authors [3, 4, 5], we present here a simplified 2D model with some 3D effects. This model takes into account: the moisture content and heat absorption by pyrolysis by using an enthalpy multivalued operator, the energy convected by the gas pyrolysed through the elementary control volume and the energy lost in the vertical direction, and the radiation from the flames above the surface where the fire take place. The topography, the fuel load and type and the meteorological data required by the model (temperature, humidity and wind) are provided via GIS. Given the fire ignition location and time the model provide the state of landscape (burning, burnt and unburnt area) for several time steps, allowing to draw the perimeter of the fire at different instants. Modifying the fuel load and type raster files, fire suppression tactics can be incorporated in order to addapt the simulation to the real situation, since the simplified model and its numerical solution allow a computational time much less than real time of simulation.

In order to test the model we simulate a real fire happened in Serradilla del Llano (Salamanca) on September, 2012.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra.

---

### Referencias

- [1] A. Simeoni et al., *Eufirelab: Behaviour modelling of wildland fires: Final version of the state of the art*. Deliverable D-03-09, EUFIRELAB, 2006.
- [2] A.L. Sullivan, *Wildland surface fire spread modelling, 1990-2007*. 1: Physical and quasi-physical models. *Int. J. Wildland Fire*, 18 (2009), 349-368.
- [3] M.I. Asensio and L. Ferragut, *On a wildland fire model with radiation*. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 54 (2002) 137-157.
- [4] L. Ferragut, M.I. Asensio, S. Monedero, *A numerical method for solving convection-reaction-diffusion multivalued equations in fire spread modelling*. *Adv. Eng. Softw.* 18 (2006) 366-371.
- [5] L. Ferragut, M.I. Asensio and S. Monedero, *Modelling radiation and moisture content in fire spread*. *Commun. Numer. Meth. Eng.* 23 (2007) 819-833.

# A model of wildland fire propagation including random effects by turbulence and fire spotting

GIANNI PAGNINI

BCAM - Basque Center for Applied Mathematics, Bilbao, Basque Country  
IKERBASQUE, Basque Foundation for Science, Bilbao, Basque Country

gpagnini@bcamath.org

<http://www.bcamath.org/en/people/gpagnini>

## Resumen

Wildfire is a dangerous natural phenomenon and modelling fire front propagation is of strong interest for environmental reasons, because of wildland conservation and protection and also pollution source, as well as for human safety and property damage. Fire propagation is affected by events with random character as atmospheric and fire-induced turbulence or fire spotting, when sparks or embers are carried by convection to start new fires. The fire front position gets therefore a random character. Since the important role of turbulence and fire spotting in the fire spreading, a model of fireline propagation including these phenomena is desired. The level-set method is a well-established tool for tracking fronts and it is widely used also for tracking wildland fireline propagation. This literature method is extended to include both turbulence and fire spotting. In particular, turbulence randomly transports the hot air mass that can pre-heat and then ignite the area around and ahead the fire, hence to include turbulence effects the level-set method for tracking the fire line contour is randomized according to the probability density function of the turbulent displacement of the hot air particles [1]. The model emerges to be suitable to simulate a moving fire front displaced by the pre-heating action of the hot air mass. This mechanism allows the simulation of the fire overcoming a firebreak zone, a situation that the level-set method can not resolve. What concerns the inclusion of fire spotting phenomenon, further fire sources due to the burning fuel debris landed, which are named also firebrands, have to be taken into account. These new spot fires are modelled as sources located inside the region stated by the level-set method as unburned and distributed according to the probability density function of ground deposition of firebrands [2, 3].

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Matemáticas del Planeta Tierra

---

## Referencias

- [1] G. Pagnini and L. Massidda, The randomized level-set method to model turbulence effects in wildland fire propagation, in D. Spano, V. Bacciu, M. Salis, C. Sirca (Eds.): *Modelling Fire Behaviour and Risk*, Proceedings of the International Conference on Fire Behaviour and Risk, Alghero, Italy, 4-6 October 2011. Nuova StampaColor, 2012, pp. 126–131.
- [2] N. Sardoy, J.L. Consalvi, A. Kaiss, A.C. Fernandez-Pello and B. Porterie, *Numerical study of ground-level distribution of firebrands generated by line fires*. Combustion and Flame, 154 (2008), 478–488.
- [3] H.-H. Wang, *Analysis on downwind distribution of firebrands sourced from a wildland fire*. Fire Technology, 47 (2011), 321–340.

## Controlling Solar sails using invariant manifolds

ARIADNA FARRÉS, ÀNGEL JORBA

Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona

ari@maia.ub.es, angel@maia.ub.es

### Abstract

Dynamical systems have proven to be a useful tool for the design of space missions. For instance, it is now quite common to use invariant manifolds to design transfer and control strategies. In this talk we will discuss the dynamics of a solar sail in the Earth Sun system. A Solar sail is a light probe with a large reflecting surface that takes advantage of the Solar radiation pressure for the propulsion. Solar radiation pressure is a tiny effect but, as it acts continuously, its accumulated effect becomes relevant. The model that we will use here will be the Earth-Sun Restricted Three Body Problem (RTBP) plus solar radiation pressure. The effect of the sail depends on three parameters: the sail lightness number, which measures the efficiency of the sail, and two angles that define the sail orientation. Hence, this model is written as a perturbation of the classical RTBP. We note that, in general, this perturbation is not Hamiltonian. The main focus of the talk will be to explain how the knowledge of stable and unstable manifolds can be used to design station keeping strategies for the sail. The main idea is to understand how these invariant manifolds depend on the sail orientation. Then, when the sail is too far from the target orbit, we change the sail orientation so that the natural dynamics of the system brings it back to the desired trajectory. We will also discuss some mission applications.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Sistemas Dinámicos

# Applicability of the nonautonomous Yakubovich Frequency Theorem

CARMEN NÚÑEZ

DMA - EII - Universidad de Valladolid

carnun@wmatem.eis.uva.es

## Resumen

The nonautonomous version of the Yakubovich Frequency Theorem characterizes the solvability of an infinite horizon optimization problem in terms of the validity of the Frequency and Nonoscillation Conditions for a linear Hamiltonian system, which is defined from the coefficients of the quadratic functional to be minimized. In terms of dynamical systems, these conditions are equivalent to the existence of exponential dichotomy, as well as of the Weyl matrix-valued function associated to the solutions bounded at infinity.

This work describes those nonautonomous linear Hamiltonian systems satisfying the required properties. Two groups appear, depending on the occurrence or not of an additional controllability property, traditionally assumed in the applications of the Yakubovich theorem, which means the weak disonjugacy of the nonautonomous Hamiltonian system. A suitable example shows that the second group is far away from trivial.

This is a joint work with Russell Johnson and Rafael Obaya.

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

---

## Referencias

- [1] R. Fabbri, R. Johnson, C. Núñez, On the Yakubovich Frequency Theorem for linear nonautonomous control processes, *Discrete and Continuous Dynamical Systems, Serie A*, 9(3) (2003), 677–704.
- [2] R. Johnson, C. Núñez, R. Obaya, *Dynamical methods for linear Hamiltonian systems with applications to control processes*, *Journal of Dynamics and Differential Equations*, to appear.

## Tres ciclos límite en sistemas planos bi-lineales

EMILIO FREIRE, ENRIQUE PONCE, FRANCISCO TORRES

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla

efrem@us.es, eponcem@us.es, ftorres@us.es

<http://www.matematicaaplicada2.es>

### Resumen

El análisis del máximo número de ciclos límite en sistemas planos discontinuos con dos zonas lineales es un caso particular del llamado problema 16 de Hilbert que está acaparando la atención de los especialistas en los últimos años. Los sistemas que llamamos bi-lineales son los dados por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{cases} A^+\mathbf{x} + \mathbf{b}^+, & \text{si } \mathbf{x} \in S^+ = \{(x, y) : x > 0\}, \\ A^-\mathbf{x} + \mathbf{b}^-, & \text{si } \mathbf{x} \in S^- = \{(x, y) : x < 0\}, \end{cases} \quad (6)$$

donde  $\mathbf{x} = (x, y)^T \in \mathbb{R}^2$ ,  $A^+ = (a_{ij}^+)$  y  $A^- = (a_{ij}^-)$  son matrices constantes  $2 \times 2$  y  $\mathbf{b}^+ = (b_1^+, b_2^+)^T$ ,  $\mathbf{b}^- = (b_1^-, b_2^-)^T$  son vectores constantes de  $\mathbb{R}^2$ . Las soluciones para este campo vectorial discontinuo se entienden definidas en el sentido de Filippov. Nuestra contribución arranca de la obtención, bajo una hipótesis en cierto sentido natural ( $a_{12}^+ a_{12}^- > 0$ ), de la siguiente forma canónica de Liénard para estos sistemas, ver [1]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{pmatrix} T^- & -1 \\ D^- & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ a^- \end{pmatrix} \text{ si } \mathbf{x} \in S^-, \\ \dot{\mathbf{x}} &= \begin{pmatrix} T^+ & -1 \\ D^+ & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} -b \\ a^+ \end{pmatrix} \text{ si } \mathbf{x} \in S^+, \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $T^\pm$  y  $D^\pm$  indican la traza y el determinante de  $A^\pm$ , y  $a^\pm, b \in \mathbb{R}$  son constantes adecuadas. Los sistemas (6) y (7) son topológicamente equivalentes en cuanto a la dinámica *crossing* (pueden no serlo para la dinámica *sliding*) y poseen por tanto el mismo número de ciclos límite.

En [2] se ha conseguido probar rigurosamente que en ciertas configuraciones de tipo foco-foco es posible la existencia de tres ciclos límite encajados que alternan su estabilidad. Discutimos en esta comunicación la posibilidad de que aparezcan también tres ciclos límite en otras configuraciones (foco-silla, foconodo), que comparten con la anterior la capacidad de exhibir la bifurcación de un ciclo límite de tipo crítico, ver [3].

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

**Referencias**

- [1] E. Freire, E. Ponce, y F. Torres. *Canonical discontinuous planar piecewise linear systems*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 11(1) (2012) 181-211.
- [2] E. Freire, E. Ponce, y F. Torres. *The discontinuous matching of two planar linear foci can have three nested crossing limit cycles*, aceptado en Publications Matemàtiques (2013).
- [3] E. Freire, E. Ponce, y F. Torres. *On the critical crossing cycle bifurcation in planar Filippov systems*, Preprint (2013).

# Growth of Sobolev norms for the cubic NLS with a convolution potential

MARCEL GUÀRDIA

Université Paris 7 Denis Diderot

marcel.guardia@upc.edu

## Resumen

The study of solutions of Hamiltonian PDEs undergoing growth of Sobolev norms as time tends to infinity has drawn considerable attention in recent years. The importance of growth of Sobolev norms is due to the fact that it implies that the solution transfers energy to higher modes as time evolves.

Consider the cubic defocusing nonlinear Schrödinger equation with periodic boundary conditions and fix  $s > 1$ . Colliander, Keel, Staffilani, Tao and Takaoka [1] proved the existence of solutions whose  $s$ -Sobolev norm grows in time by any given factor  $R$ . One of the key steps of their approach is the study of a finite dimensional toy model which is a good first order for some solutions of the cubic defocusing NLS.

Using Dynamical Systems techniques, Guàrdia and Kaloshin (2012) refined the study of this toy model to obtain solutions with  $s$ -Sobolev norm growing in polynomial time in  $R$ . In this talk, I will explain how these improvements allow to show that the growth of Sobolev norms can also be attained by solutions of the cubic defocusing NLS with a convolution potential.

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

---

## Referencias

- [1] J. Colliander, M. Keel, G. Staffilani, H. Takaoka, and T. Tao. Transfer of energy to high frequencies in the cubic defocusing nonlinear Schrödinger equation. *Invent. Math.*, 181(1):39–113, 2010.
- [2] M. Guardia and V. Kaloshin. Growth of sobolev norms in the cubic defocusing nonlinear Schrödinger equation. Accepted for publication at the Journal of the European Mathematical Society. Preprint available at <http://arxiv.org/abs/1205.5188>, 2012.
- [3] M. Guardia. Growth of Sobolev norms in the cubic defocusing nonlinear Schrödinger equation with a convolution potential. Preprint available at <http://arxiv.org/abs/1211.1267>, 2012.

## Aplicación a misiones a asteroides

JOSEP-MARIA MONDELO

Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona

jmm@mat.uab.cat

### Resumen

La misión Dawn fue lanzada por NASA en septiembre de 2007 con destino a los asteroides Vesta y Ceres. Se trataba de la primera misión que orbitaría dos cuerpos celestes diferentes, ambos en el cinturón de asteroides. Esto lo podía hacer gracias al alto impulso específico suministrado por su motor de propulsión iónica. Dichos motores ejercen una fuerza muy pequeña durante un periodo de tiempo muy prolongado (que puede sobrepasar un mes). Salvo unos jets de control de actitud, la propulsión iónica constituye el único sistema de propulsión de Dawn. El desconocimiento preciso del campo gravitatorio alrededor de Vesta y la incapacidad de Dawn de hacer correcciones con  $\Delta v$  grandes (puesto que carecía de propulsión química) despertó un cierto temor entre el equipo de diseño de misión con respecto al cruce de la resonancia 1:1 en el acercamiento a Vesta, que había de tener lugar (y tuvo lugar con éxito) el verano de 2011.

El estudio que será presentado en esta comunicación fue motivado por este hecho e iniciado en septiembre de 2009. Consiste en cálculo numérico de las familias de órbitas periódicas originadas en los dos puntos fijos alrededor de Vesta en coordenadas rotatorias (“Vesta-estacionarios”) que son de tipo centro  $\times$  centro  $\times$  silla, así como de sus variedades invariantes. Se ilustra el uso de estas variedades invariantes en la obtención de trayectorias que atraviesan la resonancia 1:1. El estudio se completa con el cálculo de la variedad centro-estable-inestable (forma normal parcial) de los puntos fijos. Todos los cálculos han sido efectuados con una expansión del campo gravitatorio de Vesta en armónicos esféricos hasta orden y grado 8.

El trabajo de esta comunicación ha sido realizado conjuntamente con Stephen B. Broschart (NASA-JPL), Alex Haro (Univ. de Barcelona) y Benjamin F. Villac (Univ. of California, Irvine). Se encuentra en las referencias [1, 2, 3].

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

---

### Referencias

- [1] J. M. Mondelo, S. B. Broschart, and B. F. Villac. Dynamical Analysis of 1:1 Resonances near Asteroids: Application to Vesta. Paper AIAA 2010-8373, 2010 AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, 2–5 August, Toronto, Ontario, Canada.
- [2] A. Haro, J. M. Mondelo, and B. F. Villac. Dynamical characterization of 1:1 resonance crossing trajectories at Vesta. Paper AAS 12-131, 22nd AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, January 29 - February 2, Charleston, South Carolina, USA, 2012.
- [3] J. Mondelo, S. Broschart, and B. Villac. Ballistic transfers across the 1:1 resonance around vesta following invariant manifolds. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, in press. Accessed June 9. Doi <http://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/1.57494>, 2013.



# Entropía algebraica de aplicaciones biracionales en el plano

ANNA CIMA, SUNDUS ZAFAR

Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona

cima@mat.uab.cat, zafar@mat.uab.cat

## Resumen

Dada una aplicación biracional en el plano  $f : \mathbf{C}^2 \rightarrow \mathbf{C}^2$  consideramos su extensión  $F : \mathbf{PC}^2 \rightarrow \mathbf{PC}^2$  al plano proyectivo. En coordenadas homogéneas las tres componentes de  $F$  son polinomios homogéneos del mismo grado. El grado  $d$  de  $f$  se define como el grado de cada una de estas componentes. Si denotamos por  $d_n$  el grado de  $F^n$ , entonces el *grado dinámico de  $f$*  se define como:

$$\delta(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} (d_n)^{1/n}.$$

Se demuestra que este número siempre existe y que varía entre 1 y  $d$ . El logaritmo del grado dinámico se llama la *entropía algebraica de  $f$* .

Usando la técnica de los blow-up's se puede calcular la entropía algebraica de dichas aplicaciones.

En esta charla veremos algunas aplicaciones dinámicas de la entropía algebraica para estas aplicaciones. Concentraremos nuestra atención en las aplicaciones de entropía cero. Entre estas aplicaciones encontramos las que son periódicas y las que son racionalmente integrables.

**Sesión especial en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

---

## Referencias

- [1] E. Bedford and K. Kim. *Periodicities in Linear Fractional Recurrences: Degree Growth of Birational Surface Maps*. Michigan Math. J. 54 (2006), 647–670.
- [2] A. Cima, S. Zafar. *Integrability and algebraic entropy of  $k$ -periodic non-autonomous Lyness recurrences*. Accepted in J. Math. Anal. and App. (2013)
- [3] J. Diller, C. Favre. *Dynamics of bimeromorphic maps of surfaces*, Amer. J. Math. 123, no. 6 (2001), 1135–1169.

# Chaotic dynamics in unfoldings of Hopf-zero singularities

SANTIAGO IBÁÑEZ

Departamento de Matemáticas, Universidad de Oviedo

mesa@uniovi.es

FREDDY DUMORTIER

Universiteit Hasselt

freddy.dumortier@uhasselt.be

HIROSHI KOKUBU

Department of Mathematics, University of Kyoto

kokubu@math.kyoto-u.ac.jp

CARLES SIMÓ

Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona

carles@maia.ub.es

## Resumen

Unfoldings of Hopf-zero singularities of codimension two can be written in the following normal form:

$$\begin{cases} x' = -y + \mu x - axz + A(x, y, z, \lambda, \mu) \\ y' = x + \mu y - ayz + B(x, y, z, \lambda, \mu) \\ z' = z^2 + \lambda + b(x^2 + y^2) + C(x, y, z, \lambda, \mu). \end{cases}$$

where  $A, B, C$  are  $C^\infty$  or  $C^\omega$  functions of order  $O(\|(x, y, z, \lambda, \mu)\|^3)$  depending on the regularity of the original family. We will consider the case with  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

The existence of Shilnikov homoclinic orbits in unfoldings of Hopf-zero singularities has been discussed previously in the literature but no result valid for arbitrary generic unfoldings is available. In [1] we have presented new techniques to study global bifurcations from Hopf-zero singularities. They allow to obtain a general criterion for the existence of Shilnikov homoclinic bifurcations and also provide a detailed description of the bifurcation set. Criteria for the existence of Bykov cycles are also provided. Main tools are a blow-up method, including a related invariant theory, and a novel approach to the splitting functions of the invariant manifolds. Theoretical results are applied to the Michelson system and also to the so called extended Michelson system, including thorough numerical explorations of dynamics for both systems.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Sistemas Dinámicos

---

## Referencias

- [1] F. Dumortier, S. Ibáñez, H. Kokubu and C. Simó. *About the unfolding of a Hopf-zero singularity*. Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. A, **33** (2013), 4435–4471.

## Problemas extremales para la entropía de ciclos en árboles

LLUÍS ALSEDÀ, FRANCESC MAÑOSAS

Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona

a.alseda@mat.uab.cat, manyosas@mat.uab.cat

DAVID JUHER

Departament d'Informàtica i Matemàtica Aplicada, Universitat de Girona

david.juher@udg.edu

### Resumen

En esta charla se considerarán *tipos* (o *patterns*) de órbitas periódicas de aplicaciones continuas definidas en árboles. Dado un pattern  $\theta$ , se definirá su *entropía* (topológica) como el ínfimo de las entropías de todas las aplicaciones continuas de árboles que presentan una órbita periódica de tipo  $\theta$ . En este contexto es natural preguntarse cuál es, en el conjunto (finito) de todos los patterns de órbitas periódicas de periodo  $n$ , el pattern que tiene entropía mínima (y positiva, dado que ya se conoce la caracterización de los patterns de entropía cero). Daremos una respuesta completa a este problema cuando  $n = p^k$  para  $p$  primo y  $k \geq 0$ , y estableceremos una conjetura para el resto de periodos. También presentaremos resultados que intentan responder al problema extremal simétrico: dado un periodo  $n$ , cuál es el pattern de entropía máxima en el conjunto de todos los patterns  $n$ -periódicos.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Sistemas dinámicos

## Polynomial matrix representations applied to the prescription of controllability indices

INMACULADA DE HOYOS

Dpto. de Matemática Aplicada y EIO, University of the Basque Country  
UPV/EHU  
inmaculada.dehoyos@ehu.es

ITZIAR BARAGAÑA

Dpto. de Ciencias de la Computación e IA, University of the Basque Country  
UPV/EHU  
itziar.baragana@ehu.es

M. ASUNCIÓN BEITIA

Dpto. de Didáctica de la Matemática y de las CCEE, University of the Basque Country UPV/EHU  
asuncion.beitia@ehu.es

### Resumen

We study the characterization of the feedback equivalence classes of the pairs  $(A, [B_1 \ b'])$  obtained from  $(A, [B_1 \ b])$  by small additive perturbations on the column  $b$ , when  $(A, B_1)$  is controllable. We have obtained a complete system of invariants for the equivalence relation associated with the problem and a canonical form (see [1, 2]). We have also obtained necessary conditions that must be satisfied by the above mentioned invariants, when the elements of one column of the matrix of controls are slightly perturbed.

In order to prove that these conditions are sufficient to prescribe the controllability indices of the pair  $(A, [B_1, b'])$ , we use the fact that the controllability indices of a controllable pair are the column degrees of any column proper matrix right equivalent to a polynomial matrix representation of the pair (see [3]).

As it was defined in [4],  $P(s)$  is a polynomial matrix representation of the controllable pair  $(A, B)$  if there exist unimodular matrices  $U(s)$  and  $V(s)$  and a matrix  $Y(s)$  such that

$$U(s)(sI_n - A \ B) \begin{bmatrix} V(s) & Y(s) \\ 0 & I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-m} & 0 & 0 \\ 0 & P(s) & I_m \end{bmatrix}.$$

**Sección especial en el CEDYA 2013:** Polinomios matriciales

---

### Referencias

- [1] I. Baragaña, M.A. Beitia, I. de Hoyos *The change of the Brunovsky structure of a controllable pair under one column perturbation in a particular case*, Linear Algebra Appl., 436, (2012), 1572-1588.
- [2] I. Baragaña, M.A. Beitia, I. de Hoyos *Canonical form associated with the problem of perturbation of one column of a controllable pair*, Linear Algebra Appl., 438, (2013), 1587-1626.
- [3] P. Fuhrmann, J.C. Willems, *Factorization indices at infinity for rational matrix functions*, Integral Equations Operator Theory, 2/3, (1979), 287-301.
- [4] I. Zaballa, *Controllability and Hermite indices of matrix pairs*, Int. J. Control, 68 (1), (1997), 61-86.

# A local study of coprimeness of polynomial matrices

AGURTZANE AMPARAN, SILVIA MARCAIDA, ION ZABALLA

Dpto. de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa  
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea  
UPV/EHU

agurtzane.amparan@ehu.es, silvia.marcaida@ehu.es,  
ion.zaballa@ehu.es

## Resumen

Two polynomial matrices are said to be strongly equivalent if they have the same finite and infinite elementary divisors. Some authors are interested in determining what type of transformations preserve both the finite and infinite elementary divisors (for instance [2]). An approach for dealing with this problem is to study their homogeneous polynomial matrix forms ([3]). However the local nature of elementary divisors (finite and infinite) enables us to tackle this problem with the local techniques (local rings) that we have been using, with other purposes, in some previous works (for example in [1]). The concept of local coprimeness of polynomial matrices plays an essential role. Our aim is to define this local concept rigorously, in particular the coprimeness at infinity of polynomial matrices.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Polinomios Matriciales

---

## Referencias

- [1] A. Amparan, S. Marcaida, I. Zaballa *On the structure of proper rational matrices with prescribed finite poles*, Accepted in Linear and Multilinear Algebra
- [2] N. P. Karampetakis, S. Vologiannidis *Infinite elementary divisor structure-preserving transformations for polynomial matrices*, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., (2003), Vol. 13, No. 4, 493-503
- [3] Shaahua Tan, Joos Vandewalle *Novel theory for polynomial and rational matrices at infinity*, Int. J. Ccontrol, (1988), Vol. 48, No. 2, 545-559

# Spectral equivalence of Matrix Polynomials, the Index Sum Theorem and consequences

FERNANDO DE TERÁN

Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid

`fteran@math.uc3m.es`

FROILÁN M. DOPICO

Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid  
Instituto de Ciencias Matemáticas CSIC-UAM-UC3M-UCM

`dopico@math.uc3m.es`

D. STEVEN MACKEY

Department of Mathematics, Western Michigan University

`steve.mackey@wmich.edu`

In this talk we introduce the *spectral equivalence* relation on matrix polynomials (both square and rectangular). We show that the invariants of this equivalence relation are: (a) The dimension of the left and right null spaces, (b) the finite elementary divisors, and (c) the infinite elementary divisors. We also compare this relation with other equivalence relations in the literature [1, 2]. We analyze what happens with the remaining part of the “eigenstructure”, namely, the left and right minimal indices, of two spectrally equivalent matrix polynomials. Particular cases of spectrally equivalent polynomials of a given one are *linearizations* (polynomials of degree one) and, more in general,  *$\ell$ -ifications* (polynomials of degree  $\ell$ ). We analyze the role played by the degree in the spectral equivalence. This leads us to the Index Sum Theorem, an elementary relation between the sum of the finite and infinite structural indices (degrees of elementary divisors), the sum of all minimal indices, the degree, and the rank of any matrix polynomial. Though elementary in both the statement and proof, the Index Sum Theorem has several powerful consequences. We show some of them, mostly related to structured  $\ell$ -ifications, in the last part of the talk.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Polinomios Matriciales

---

## Referencias

- [1] N. Karampetakis, S. Vologiannidis. *Infinite elementary divisor structure-preserving transformations for polynomial matrices*. Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 13 (2003) 493–503.
- [2] A. C. Pugh, A. K. Shelton. *On a new definition of strict system equivalence*. Int. J. Control, 27 (1978) 657–672.

## Duality of matrix pencils and linearizations

VANNI NOFERINI

School of Mathematics, University of Manchester

vanni.noferini@manchester.ac.uk

FEDERICO POLONI

University of Pisa

fpoloni@di.unipi.it

We introduce a duality relation on matrix pencils and show that it is a useful tool in the theory of linearizations of matrix polynomials. We first completely characterize the Kronecker form of dual pencils. Exploiting this result, we then study the behaviour under duality of the spectral structures, including eigenvalues, eigenvectors, Wong chains, and minimal bases. We also present several applications of the new concept, including: constraints on the minimal indices of singular Hamiltonian and symplectic pencils, new sufficient conditions under which pencils in  $L_1$ ,  $L_2$  linearization spaces are strong linearizations, a new perspective on Fiedler pencils, a link between the Möller-Stetter theorem and some linearizations of matrix polynomials.

If time permits we will also show how this latter connection allows for a theory of linearizations of multivariate matrix polynomials.

**Sesión especial en el CEDYA 2013:** Polinomios Matriciales





---

## **Resúmenes de Ccomunicaciones**

---

---

# Universal centers in the trigonometric Abel equation

JAUME GINÉ, MAITE GRAU, XAVIER SANTALLUSIA

Department de Matemàtica, Universitat de Lleida,  
Av. Jaume II, 69 25001 Lleida

gine@matematica.udl.cat, mtgrau@matematica.udl.cat  
xivaer@gmail.com

## Abstract

In this work we deal with the center problem for the trigonometric Abel equation  $d\rho/d\theta = a_1(\theta)\rho^2 + a_2(\theta)\rho^3$ , where  $a_1(\theta)$  and  $a_2(\theta)$  are trigonometric polynomials in  $\theta$ . This problem is closely connected with the classical Poincaré center problem for planar polynomial vector fields. More specifically we study the possible centers and universal centers of the trigonometric Abel equation where  $a_1(\theta)$  and  $a_2(\theta)$  are cubic trigonometric polynomials in  $\theta$ .

**Sección en el CEDYA 2013: EDO**

---

## Referencias

- [1] J. Giné, M. Grau, & J. Llibre, *Universal centers and composition conditions*, Proc. Lond. Math. Soc., to appear. doi:10.1112/plms/pds050
- [2] A. Brudnyi, *An explicit expression for the first return map in the center problem*, J. Differential Equations 206 (2004), no. 2, 306–314.
- [3] A. Brudnyi, *On the center problem for ordinary differential equations*, Amer. J. Math. 128 (2006), 419–451.

# Center conditions for nilpotent and degenerate singular points

JAUME GINÉ, MAITE GRAU

Department de Matemàtica, Universitat de Lleida,  
Av. Jaume II, 69 25001 Lleida

`gine@matematica.udl.cat`, `mtgrau@matematica.udl.cat`

SET PÉREZ-GONZÁLEZ

Departamento de Matemáticas,  
Universidad de Oviedo,  
Adva. Calvo Sotelo, s/n, 33007 Oviedo

`setperez@mat.uab.cat`

## Abstract

The conditions for a singular point of an analytic differential system to be a center are of particular significance because they are required in the study of the bifurcation of limit cycles from a singular point or from a period annulus. We give the known algorithms in the search of necessary conditions for non-degenerate and nilpotent singular points based in the last recent developments. Moreover we discuss the problems arising for the case of degenerate singular points and illustrate the problems by means of examples. These difficulties also appear when we study the multiplicity of a limit cycle.

**Sección en el CEDYA 2013: EDO**

---

## Referencias

- [1] B. García, J. Giné, M. Grau, & J.S. Pérez del Río, *On the multiplicity of algebraic limit cycles*, J. Dynam. Differential Equations 24 (2012), no. 3, 539–560.
- [2] H. Giacomini, J. Giné & J. Llibre, *The problem of distinguishing between a center and a focus for nilpotent and degenerate analytic systems*, J. Differential Equations 227 (2006) 406–426; J. Differential Equations 232 (2007) 702 (Corrigendum).
- [3] J. Giné, *Sufficient conditions for a center at completely degenerate critical point*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 12 (2002), 1659–1666.
- [4] J. Giné, *On the centers of planar analytic differential systems*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 17 (2007), no. 9, 3061–3070.
- [5] J. Giné, *On the degenerate center problem*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 21 (2011), no. 5, 1383–1392.

# Continua of $T$ -periodic solutions for $T$ -periodic dynamical systems

ISAAC A. GARCÍA

Departament de Matemàtica, Universitat de Lleida

garcia@matematica.udl.cat

ADRIANA BUICĂ

Department of Mathematics, Babeş-Bolyai University

abuica@math.ubbcluj.ro

## Resumen

We consider a nonautonomous  $T$ -periodic differential system

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (8)$$

where  $f : \mathbb{R} \times \tilde{U} \rightarrow \mathbb{R}^n$  is a  $C^1$  function such that  $f(\cdot, x)$  is  $T$ -periodic for each  $x \in \tilde{U}$  with  $\tilde{U} \subset \mathbb{R}^n$  open.

We denote the components  $x = (x_1, \dots, x_n)$  and  $f = (f_1, \dots, f_n)$ . We associate to system (8) the vector field  $\mathcal{X} = \partial_t + \sum_{i=1}^n f_i(t, x) \partial_{x_i}$  being  $\operatorname{div} \mathcal{X} = \sum_{i=1}^n \partial f_i / \partial x_i$  its divergence. A  $C^1$  function  $V : \Omega \subset \mathbb{R} \times \tilde{U} \rightarrow \mathbb{R}$  is said to be an inverse Jacobi multiplier for system (8) in the open set  $\Omega$  if it is not locally null and it satisfies  $\mathcal{X}V = V \operatorname{div} \mathcal{X}$ . These functions were introduced for the first time by Jacobi in [2]. We say that  $V$  is  $T$ -periodic in  $\mathbb{R} \times U_0$  if  $V(t, x) = V(t + T, x)$  for all  $t \in \mathbb{R}$  and  $x \in U_0 \subset \tilde{U}$ .

We assume that there is an open set  $U \subset \tilde{U}$  such that  $[0, T] \subset I_{(0,x)}$  for any  $x \in U$  where  $I_{(0,x)}$  is the maximal interval of existence of the solution  $\psi(t; 0, x)$  of (8) with initial condition  $\psi(0; 0, x) = x$ . Then we show how the existence of just one  $T$ -periodic solution  $\psi(t; 0, x)$  with  $x \in U$  and sufficiently many independent  $T$ -periodic first integrals and nonvanishing  $T$ -periodic inverse Jacobi multipliers in  $\mathbb{R} \times \tilde{U}$  assures the existence of continua of  $T$ -periodic solutions of (8).

To prove the results we need first to find the relation

$$V(T, \Pi(x)) = V(0, x) \det D\Pi(x) \quad (9)$$

between  $V$  and the Poincaré translation map  $\Pi : U \subset \tilde{U} \rightarrow \tilde{U}$  at time  $T$  defined by  $\Pi(x) = \psi(T; 0, x)$  that extends to arbitrary dimension the analogous fundamental relation for scalar equations proved in [1].

## Sección en el CEDYA 2013: EDO

---

## Referencias

- [1] I.A. García, H. Giacomini and M. Grau, *The inverse integrating factor and the Poincaré map*, Trans. Amer. Math. Soc. **362** (2010), 3591–3612.
- [2] C.G.J. Jacobi, *Sul principio dell'ultimo moltiplicatore, e suo uso come nuovo principio generale di meccanica*, Giornale Arcadico di Scienze, Lettere ed Arti **99** (1844), 129-146.

## Modelo matemático de la inmunoterapia en ratones con melanoma

E. CASTILLO-MONTIEL, J. C. CHIMAL-EGUÍA,

Laboratorio de Simulación y Modelado, Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional, México

`erandicm@sagitario.cic.ipn.mx`, `jchimal@cic.ipn.mx`

JOSE I. TELLO

Departamento de Matemática Aplicada, Escuela Universitaria de Informática  
Universidad Politécnica de Madrid, España

`jtello@eui.upm.es`

### Resumen

En este trabajo presentamos un modelo matemático de ecuaciones diferenciales ordinarias, el cual modela la inmunoterapia aplicada en ratones con melanoma, basándonos en los experimentos biológicos realizados por el grupo de investigación del laboratorio de Biología Tisular y Molecular de la Universidad Autónoma de México (UNAM). El objetivo de este trabajo es modelar algunas de las complejas interacciones que ocurren entre las células del sistema inmune, las células tumorales y la inmunoterapia que es aplicada para aumentar la respuesta inmune en los ratones, lo cual ayudará a obtener información sobre el comportamiento de la respuesta inmune para así poder proponer nuevas terapias sean más eficientes.

**Sección en el CEDYA 2013:** EDO

# Explicit solution of the renormalization group equation

IGOR KONDRASHUK

Grupo de Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas,  
Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Casilla 447, Chillán, Chile

`igor.kondrashuk@gmail.com`

GORAZD CVETIC

Department of Physics and Centro Científico-Tecnológico de Valparaíso,  
Universidad Técnica Federico Santa María, Casilla 110-V, Valparaíso, Chile

`gorazd.cvetic@usm.cl`

## Resumen

We propose the explicit solution, in terms of the Lambert  $W$  function, of the renormalization group equation (RGE) for the gauge coupling in the supersymmetric and non-supersymmetric Yang-Mills theories.

Agradecimientos: I. Kondrashuk was supported by Fondecyt (Chile) grant 1121030 and by DIUBB (Chile) Grants 121909 GI/C-UBB and 125009.

**Sección en el CEDYA 2013: EDO**

---

## Referencias

- [1] G. Cvetič, I. Kondrashuk, “Explicit solutions for effective four- and five-loop QCD running coupling”, *Journal of High Energy Physics* 12 (2011) 019 (29 pages), arXiv:1110.2545 [hep-ph]
- [2] E. Gardi, G. Grunberg and M. Karliner, “Can the QCD running coupling have a causal analyticity structure?,” *JHEP* **9807** (1998) 007 [arXiv:hep-ph/9806462].
- [3] B. A. Magradze, “The gluon propagator in analytic perturbation theory,” arXiv:hep-ph/9808247; “A novel series solution to the renormalization group equation in QCD,” *Few Body Syst.* **40** (2006) 71 [arXiv:hep-ph/0512374].
- [4] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey, D. E. Knuth, “On the Lambert  $W$  function,” *Adv. Comput. Math.* **5**, 329-359 (1996).

# Characterizing centers on center manifolds in $\mathbb{R}^3$ via Lie symmetries

SUSANNA MAZA

Departament de Matemàtica, Universitat de Lleida

smaza@matematica.udl.cat

ISAAC A. GARCÍA

Departament de Matemàtica, Universitat de Lleida

garcia@matematica.udl.cat

DOUGLAS S. SHAFER

University of North Carolina at Charlotte

dsshaffer@uncc.edu

## Resumen

In this work we study the nondegenerate center problem on a center manifold of an analytic, autonomous differential system in  $\mathbb{R}^3$ . Thus, in some linear coordinates and rescaling the time if necessary, we consider systems in the form

$$\dot{x} = -y + F_1(x, y, z), \quad \dot{y} = x + F_2(x, y, z), \quad \dot{z} = \lambda z + F_3(x, y, z), \quad (10)$$

where  $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $F = (F_1, F_2, F_3) : U \rightarrow \mathbb{R}^3$  is real analytic on the neighborhood of the origin  $U \subset \mathbb{R}^3$  with  $F(0) = 0$  and whose Jacobian matrix  $DF(0) = 0$ .

Our approach is different from the classical one in the sense that we do not compute the Poincaré–Liapunov constants of the reduced system to the 2-dimensional center manifold  $W^c(0)$  at the origin. Instead, we study the *center problem* (to decide if all the orbits on  $W^c(0)$  near the origin are periodic or if they spiral around it) using infinitesimal generators  $\mathcal{Z}$  of *Lie symmetries* of the associated vector field  $\mathcal{X}_\lambda$  to system (10). In particular, we shall use the sets  $C(\mathcal{X}_\lambda, U)$  and  $N(\mathcal{X}_\lambda, U)$  of analytic *centralizers* (commuting vector fields) and *normalizers* of  $\mathcal{X}_\lambda$  on  $U$ , respectively.

We characterize when the origin of (10) is either a center on the unique center manifold or a saddle-focus (that is a focus on each center manifold) through the structure of the elements of  $C(\mathcal{X}_\lambda, U)$  and  $N(\mathcal{X}_\lambda, U)$ . The results obtained are also useful to detect additional properties of the centers such as its analytical linearization or orbital linearization.

**Sección en el CEDYA 2013: EDO**

# Un nuevo procedimiento para calcular la descomposición polar analítica de una matriz

A. ARNAL, F. CASAS

Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC) & Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Castelló

parnal@uji.es, casas@uji.es

## Resumen

Proponemos un nuevo procedimiento constructivo para calcular la descomposición polar de la matriz fundamental real de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales,  $dU/dt = A(t)U$ , como el producto de las exponenciales de una matriz simétrica y una antisimétrica,  $U(t) = \exp(X(t)) \exp(Y(t))$ . Ambas matrices se construyen de forma explícita como una serie cuyos términos se calculan de forma recursiva. El procedimiento converge para tiempos suficientemente pequeños. Una ventaja adicional del algoritmo que proponemos es que, si la solución exacta evoluciona en un cierto grupo de Lie, entonces proporciona aproximaciones que también pertenecen al mismo grupo de Lie, preservando por tanto importantes propiedades cualitativas.

Sesión en el CEDYA 2013: EDO: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

---

## Referencias

- [1] A. Bunse-Gerstner, R. Byers, V. Mehrmann and N.K. Nichols, Numerical computation of an analytic singular value decomposition of a matrix valued function, *Numer. Math.*, 60, 1-39 (1991).
- [2] N.H. Getz and J.E. Marsden, Dynamical methods for polar decomposition and inversion of matrices, *Lin. Alg. Appl.*, 258, 311-343 (1997).
- [3] N.J. Higham, *Functions of Matrices. Theory and Computation*. SIAM, Philadelphia (2008).
- [4] V. Mehrmann and W. Rath. Numerical methods for the computation of analytic singular value decompositions, *Electr. Trans. Numer. Anal.*, 1, 72-88 (1993).



# Construcción algorítmica de la transformación de Lyapunov en sistemas lineales periódicos

C. CHIRALT, F. CASAS

Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC) & Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Castellón

chiralt@uji.es, casas@uji.es

## Resumen

Los sistemas de ecuaciones lineales matriciales  $\dot{Y} = A(t)Y(t)$ , con  $A(t)$  matriz periódica, son ejemplos de sistemas reducibles: mediante la transformación  $Y = P(t)Z$  definida por una matriz periódica no singular  $P(t)$ , se obtiene un nuevo sistema  $\dot{Z} = FZ$  cuya matriz de coeficientes  $F = P^{-1}(t)A(t)P(t) - P^{-1}(t)\dot{P}(t)$  es constante. Ésta es la llamada transformación de Lyapunov. De esta forma, la solución del sistema original se escribe como  $Y(t) = P(t)\exp(tF)$ , obteniéndose así el resultado conocido como teorema de Floquet.

De dicho resultado se sigue que las propiedades de estabilidad de la solución  $Y(t)$  sólo dependen de la matriz  $F$ , o más específicamente de sus valores propios, llamados exponentes característicos del sistema, cuyas partes reales están definidas de forma única. Ahora bien, aunque el teorema de Floquet proporciona información acerca de la estructura de la solución, no da lugar a métodos prácticos para determinar  $F$  ni la transformación periódica  $P(t)$ .

En este trabajo se propone un procedimiento algorítmico para construir aproximaciones convergentes a la solución  $Y(t)$  en la forma prescrita por el teorema de Floquet. El algoritmo es recursivo, y en cada paso del mismo se construye explícitamente  $F$  y la matriz  $P(t)$  como la exponencial de una cierta matriz  $\Omega(t)$ . Esto garantiza que las aproximaciones preserven de forma natural importantes propiedades cualitativas de la solución exacta. El algoritmo es fácilmente implementable en un programa de cálculo simbólico.

Sesión en el CEDYA 2013: EDO: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

---

## Referencias

- [1] L. Ya. Adrianova. *Introduction to Linear Systems of Differential Equations*. American Mathematical Society, Providence, R.I. (1995).
- [2] F. Casas, J.A. Oteo y J. Ros. Unitary transformations depending on a small parameter. *Proc. R. Soc. A* 468 (2012), 685–700.
- [3] V.A. Yakubovich and V.M. Starzhinskii. *Linear Differential Equations with Periodic Coefficients*. John Wiley & Sons (1975).

## Cálculos precisos con matrices estructuradas

A. BARRERAS, J.M. PEÑA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza

albarrer@unizar.es, jmpena@unizar.es

### Resumen

Se analizarán algunas clases de matrices estructuradas. En particular, se considerarán matrices con descomposición bidiagonal con signo, matrices totalmente positivas y  $M$ -matrices. Se comentarán resultados recientes ([1],[2]) sobre cálculos con alta precisión relativa que pueden llevarse a cabo con estas clases de matrices. Esos cálculos incluyen valores propios, valores singulares, matriz inversa, descomposición  $LDU$  o resolución de ciertos sistemas lineales.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** ALN

---

### Referencias

- [1] A. Barreras, J.M. Peña. *Accurate and efficient LDU decompositions of diagonally dominant M-matrices*. Electron. J. Linear Algebra, 24 (2012), 152-167.
- [2] A. Barreras, J.M. Peña. *Accurate computations of matrices with bidiagonal decomposition using methods for totally positive matrices*. Numer. Linear Algebra Appl, to appear.

## La matriz combinada de una H-matriz no singular es también una H-matriz

ISABEL GIMÉNEZ, RAFAEL BRU, MARÍA TERESA GASSÓ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia  
 igimenez@mat.upv.es, rbru@mat.upv.es, mgasso@mat.upv.es

MÁXIMO SANTANA

Escuela de Matemáticas, Universidad Autónoma de Santo Domingo,  
 República Dominicana  
 msantana22@uasd.edu.do

### Resumen

El producto de Hadamard de dos matrices,  $A \circ B$ , que es el producto entrada por entrada, es estudiado en la literatura por diversos autores para distintas clases de matrices. En particular, el producto,  $A \circ A^{-T}$  se denomina matriz combinada de  $A$ . Es de destacar, por ejemplo, que la matriz combinada de una matriz no singular  $A$ ,  $C(A)$ , relaciona los valores propios de una matriz diagonalizable con sus elementos diagonales ([3]):

$$B = A \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} A^{-1} \Rightarrow C(A) \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{nn} \end{bmatrix}$$

La matriz combinada viene siendo utilizada también en diversos trabajos sobre procesos químicos.

A partir del trabajo de [2] se puede concluir que la matriz combinada de una M-matriz no singular es también una M-matriz. En el presente trabajo se analiza la matriz combinada de H-matrices no singulares y se concluye que, si la matriz original pertenece a la llamada clase invertible en [1],  $C(A)$  es también H-matriz y pertenece a la misma clase. Si  $A$  es H-matriz invertible y no pertenece a la clase invertible, ha de pertenecer a la llamada clase mixta en [1]. Para este tipo de H-matrices se concluye que, así mismo,  $C(A)$  es H-matriz, tanto en el caso irreducible como reducible, y puede pertenecer a las clases invertible o mixta de H-matrices.

Trabajo financiado por el proyecto de investigación MTM2010-18674.

**Sección temática en el CEDYA 2013: ALN**

---

### Referencias

- [1] R. Bru, C. Corral, I. Giménez and J. Mas, *Classes of general H-matrices*, Linear Algebra Appl., 429, 2358–2366, 2008.
- [2] M. Fiedler and L. Markham, *Combined matrices in special classes of matrices*, Linear Algebra and its Appl. 435: 1945-1955, 2011.
- [3] R. Horn and C.R. Johnson. *Topics in Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1991.

# Pseudo-Lanczos con Reinicio para la Resolución de Problemas de Valores Propios Generalizados Simétricos Indefinidos en SLEPc

CARMEN CAMPOS, JOSÉ E. ROMÁN

Dept. de Sistemes Informàtics i Computació,  
Universitat Politècnica de València, España

mccampos@dsic.upv.es, jroman@dsic.upv.es

## Resumen

En este trabajo estudiamos la resolución, mediante un método de tipo Lanczos, del problema generalizado de valores propios,  $Ax = \lambda Bx$ , donde el par  $(A, B)$  es hermitiano aunque no necesariamente definido. Dichos problemas surgen, a menudo, en el contexto de la resolución mediante linealización simétrica de problemas de valores propios cuadráticos.

Aunque los problemas generalizados simétricos indefinidos no presentan las mismas propiedades que los problemas simétricos definidos, ya que es posible encontrar en ellos autovalores complejos o incluso defectivos, sí poseen, sin embargo, determinadas características de simetría espectral y de ortogonalidad. Tales propiedades de ortogonalidad se traducen, para el caso real, en que los vectores propios,  $V$ , pueden ser escogidos de modo que  $V^T B V$  (no  $V^H B V$ ) sea igual a una matriz de signatura.

El método *pseudo-Lanczos* [1] permite explotar la simetría y las propiedades particulares de este tipo de problemas, trasladando éstas al problema proyectado que genera. Aunque, por el hecho de trabajar con un producto escalar indefinido, puede también presentar inconvenientes como son el fallo del método o la aparición de inestabilidades numéricas. Nosotros estudiamos diversas estrategias destinadas a detectar y paliar tales efectos, como la incorporación en dicho método de la técnica de reinicio *thick-restart* [2], entre otras. En este caso, se requiere que los problemas proyectados que se generan se resuelvan de modo que se mantenga la estructura de los mismos mediante la utilización de matrices ortogonales respecto a un producto indefinido (normalmente generado por una matriz de signatura). Por ello estudiamos también la forma en que éstos problemas se abordan y evaluamos, para ellos, diferentes métodos de resolución.

Presentamos resultados de implementaciones realizadas en Matlab y en la librería SLEPc [3], y se comparan éstos con los obtenidos por otros *solvers* que ignoran la simetría.

**Sección en el CEDYA 2013: ALN**

---

## Referencias

- [1] B.N. Parlett and H.C. Chen, *Use of indefinite pencils for computing damped natural modes*, Linear Algebra and its Applications, 140 (1990), pp. 53–88.
- [2] K. Wu and H. Simon, *Thick-restart Lanczos method for large symmetric eigenproblems*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 22 (2000), pp. 602–616.
- [3] V. Hernandez, J. E. Roman, and V. Vidal, *SLEPc: A scalable and flexible toolkit for the solution of eigenvalue problems*, ACM Trans. Math. Software, 31 (2005), pp. 351–362.

## Shape optimization for a stochastic elliptic partial differential equation

F. PERIAGO, M. KESSLER

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)

f.periago@upct.es, matthieu.kessler@upct.es

J. MARTÍNEZ

Departamento de Estructuras y Construcción, UPCT

jesus.martinez@upct.es

### Resumen

Let  $D \subset \mathbb{R}^d$  be a bounded domain with a Lipschitz boundary  $\partial D$ , and let  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  be a complete probability space. Consider the stochastic linear elliptic boundary value problem: find a random function  $u : \Omega \times \overline{D} \rightarrow \mathbb{R}$  such that  $P$ -almost everywhere in  $\Omega$  ( $P$ -a.e.) the following equation holds

$$(SEPDE) \quad \begin{cases} -\nabla \cdot [a(\cdot, \omega) \nabla u(\cdot, \omega)] + 1_{\mathcal{O}} u(\cdot, \omega) = f(\cdot, \omega) & \text{in } D \\ u(\cdot, \omega) = 0 & \text{on } \partial D, \end{cases}$$

where  $1_{\mathcal{O}}$  stands for the characteristic function associated to a (Lebesgue) measurable subset  $\mathcal{O} \subset D$ . We are interested in the shape optimization problem:

$$(OP) \quad \text{Minimize in } 1_{\mathcal{O}} \in \mathcal{U}_L : J(1_{\mathcal{O}}) = \alpha E \left( \int_D f u \, dx \right) + (1-\alpha) Var \left( \int_D f u \, dx \right)$$

where  $\mathcal{U}_L = \{1_{\mathcal{O}} \in L^\infty(D; \{0, 1\}) : |\mathcal{O}| = L|D|, \quad 0 < L < 1\}$ ,  $u = u_{\mathcal{O}}(x, \omega)$  is the associated state, i.e.,  $u$  solves (SEPDE),

$$E \left( \int_D f u \, dx \right) = \int_{\Omega} \int_D f(x, \omega) u(x, \omega) \, dx \, dP(\omega)$$

is the expected value of the compliance and

$$Var \left( \int_D f u \, dx \right) = \int_{\Omega} \left( \int_D f u \, dx \right)^2 \, dP(\omega) - \left( \int_{\Omega} \int_D f u \, dx \, dP(\omega) \right)^2$$

is its variance. As usual,  $|\cdot|$  stands for the Lebesgue measure and  $0 \leq \alpha \leq 1$  is a weighting parameter. The deterministic version of problem (OP) was studied in [1]. We shall present some recent results [2] concerning the existence of relaxed solutions as well as the numerical resolution of (OP). We notice that the interest in considering uncertainty in the state law comes from the fact that in many real-world engineering problems the input data of the system are not known with accuracy. Thus, (OP) provides a robust optimal design for the problem.

**Sección temática en el CEDYA 2013: CO**

### Referencias

- [1] A. Henrot and H. Maillot, Optimization of the shape and the location of the actuators in an internal control problem, Bolletino U.M.I. (8) 4-B (2001), 737-757.
- [2] J. Martínez, M. Kessler and F. Periago. *Robust optimal shape design for an elliptic equation with uncertainty*. Work in progress.

# Un nuevo método para la estabilización de sistemas lineales cambiantes

C. PÉREZ, F. BENÍTEZ

Departamento de Matemáticas, Universidad de Cádiz  
carmen.perez@uca.es, quico.benitez@uca.es

## Resumen

Dentro de la teoría de control, un sistema cambiante es un tipo de sistema formado por varios subsistemas y por una ley cambiante que determina qué subsistema está activo en cada instante de tiempo. Uno de los problemas relacionados con la estabilidad de los sistemas cambiantes es el de encontrar una ley cambiante que haga que el sistema sea estable.

Xu y Antsaklis resuelven este problema para el caso lineal ([3]) y más tarde, Pérez y Benítez ([2]) utilizan la misma idea geométrica para extender la resolución a un sistema cambiante no lineal. Sin embargo, esta idea se basa en distintas propiedades geométricas que podemos encontrar en el plano, por lo que su aplicación a sistemas cambiantes de orden superior es aún un problema abierto, que sólo se ha podido resolver parcialmente para sistemas cambiantes de orden 3 ([1]). Por esto, buscamos un método de estabilización que, obviamente, también resuelva el problema de la convergencia en el plano pero que además, nos permita generalizarlo a sistemas cambiantes de orden arbitrario.

En este trabajo introducimos este nuevo método y presentamos varios resultados que nos ayudan a estudiar la estabilización en  $\mathbb{R}^n$ . Además, probamos que, en el plano, la ley cambiante que estabiliza el sistema se define de la misma forma que en el método presentado por Xu y Antsaklis ([3]). Por último, estudiamos varios ejemplos en  $\mathbb{R}^3$  donde se aplica este método con éxito.

Este método se basa en la idea de definir una ley cambiante de forma que, en cada cambio, la solución se acerque lo máximo posible al origen, es decir, que la distancia al origen sea mínima. Por tanto, si tenemos un sistema lineal cambiante  $\dot{x} = Ax$ , dado por dos matrices  $A_1$  y  $A_2$ , y una condición inicial  $x_0 \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ , para elegir en cada cambio la mejor opción la idea de este nuevo método es minimizar una de estas dos funciones:

$$f_0(t_1, t_2) = \|e^{A_2 t_2} e^{A_1 t_1} x_0\|^2 \text{ o } g_0(t_1, t_2) = \|e^{A_1 t_1} e^{A_2 t_2} x_0\|^2.$$

De esta forma, si el mínimo para una de estas dos funciones se alcanza en un par  $(t_1^0, t_2^0)$ , definimos:  $x_1 = e^{A_2 t_2^0} e^{A_1 t_1^0} x_0$  o  $x_1 = e^{A_1 t_1^0} e^{A_2 t_2^0} x_0$ . Ahora, para  $x_1$  repetiremos el mismo proceso definiendo así la ley cambiante.

**Sección temática en el CEDYA 2013: CO**

---

## Referencias

- [1] C. Pérez, F. Benítez, *Switching Control for Controlling Chaos in Piecewise Affine Systems*, Dynamics Days South America 2012, Colombia, November 20-23.
- [2] C. Pérez, F. Benítez, *Switched Convergence of Second-Order Switched Nonlinear Systems*, Int. J. of Control, Autom., and Syst., 10, no 5 (2012), 920-930.
- [3] X. Xu, P. Antsaklis, *Stabilization of second-order LTI switched systems*, Int. J. of Control, 73, no 14 (2000), 1261-1279.

## Uniform local null control of some $\alpha$ -models

FÁGNER D. ARARUNA

Department of Mathematics, Federal University of Paraíba

fagner@mat.ufpb.br

ENRIQUE FERNÁNDEZ-CARA, DIEGO A. SOUZA

Department of EDAN, University of Seville

cara@us.es, [desouza@us.es](mailto:desouza@us.es)

### Abstract

This work deals with the controllability of the Burgers- $\alpha$  and Leray- $\alpha$  models. The Leray- $\alpha$  model is a regularized variant of the Navier-Stokes system ( $\alpha$  is a small positive parameter) that can also be viewed as a model for turbulent flows; the Burgers- $\alpha$  model can be viewed as a related toy model. We prove that the Leray- $\alpha$  and Burgers- $\alpha$  equations are locally null controllable, with controls bounded independently of  $\alpha$ . We also prove that, if the initial data are sufficiently small, the control of the Leray- $\alpha$  equations (resp. the Burgers- $\alpha$  equation) converge as  $\alpha \rightarrow 0^+$  to a null control of the Navier-Stokes equations (resp. the Burgers equation).

**Sección temática en el CEDYA 2013:** CO.

---

### Referencias

- [1] A. Cheskidov, D. Holm, E. Olson, E. Titi, *On a Leray- $\alpha$  model of turbulence*, Proc. R. Soc. A, 461, (2005), pp. 629–649.
- [2] E. Fernández-Cara and S. Guerrero, *Null controllability of the Burgers system with distributed controls*, Systems & Control Lett., 56 (2007), 366–372.
- [3] E. Fernández-Cara, S. Guerrero, O.Yu Imanuvilov and J.-P. Puel, *Local exact controllability of the Navier-Stokes system*, J. Math. Pures Appl., 83 (12) (2004), 1501-1542.

## Diagramas de bifurcación de órbitas periódicas en sistemas lineales a trozos

ELISABETH GARCÍA-MEDINA, VICTORIANO CARMONA, FERNANDO FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ,

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla

egarme@us.es, vcarmona@us.es, fefesan@us.es

ANTONIO E. TERUEL

Departament de Matemàtiques i Informàtica, Universitat de les Illes Balears

antonioe.teruel@uib.es

### Resumen

En este trabajo estudiamos el comportamiento periódico de una familia uniparamétrica de sistemas tridimensionales continuos lineales a trozos con dos zonas de linealidad.

Comenzamos describiendo las técnicas numéricas que utilizamos para obtener familias de órbitas periódicas reversibles y no reversibles de distinto número de cortes con el plano de separación. A partir de las semiaplicaciones de Poincaré establecemos las ecuaciones de cierre así como las inecuaciones que caracterizan a dichas familias y obtenemos sus soluciones con un algoritmo de continuación basado en el método de pseudo-longitud de arco [4].

En el diagrama de bifurcación periodo-parámetro se obtienen diversas curvas de órbitas periódicas, algunas de las cuáles se han obtenido analíticamente en [1]. En particular, aparece la estructura conocida como bifurcación *noose* que, en este caso, involucra la existencia de una órbita periódica que atraviesa el plano de separación tangencialmente. Las curvas de órbitas periódicas que surgen de las degeneraciones principales que se dan en dicha estructura también pasan por tangencias de diversos tipos. Para finalizar, algunas de estas curvas tienden, a medida que aumenta el periodo, a ciertas conexiones globales [2, 3].

**Sección temática en el CEDYA 2013: SD**

---

### Referencias

- [1] V. Carmona, S. Fernández-García, F. Fernández-Sánchez, E. García-Medina, A.E. Teruel. *Reversible periodic orbits in a class of 3D continuous piecewise linear systems of differential equations*, *Nonlinear Analysis* 75 (2012), 5866-5883.
- [2] V. Carmona, F. Fernández-Sánchez, E. García-Medina, A.E. Teruel. *Existence of homoclinic connections in continuous piecewise linear systems*, *Chaos* 20 (2010), 013124, 8.
- [3] V. Carmona, F. Fernández-Sánchez, A.E. Teruel. *Existence of a reversible T-point heteroclinic cycle in a piecewise linear version of the Michelson system*, *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* 7 (2008), 1032-1048.
- [4] H.B. Keller, *Numerical Solution of Bifurcation and Nonlinear Eigenvalue Problems*, P. Rabinowitz ed., Academic Press, 1977.



# Semiaplicaciones de Poincaré en sistemas lineales a trozos vía factores integrantes inversos

VICTORIANO CARMONA, FERNANDO FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, ELISABETH GARCÍA-MEDINA

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla

vcarmona@us.es, fefesan@us.es, egarme@us.es

## Resumen

Los factores integrantes inversos son una herramienta importante dentro del campo de las ecuaciones diferenciales y los sistemas dinámicos, siendo especialmente interesante su uso para la determinación de propiedades cualitativas de sus soluciones [1, 4, 5]. A este respecto podemos destacar la relación existente entre el conjunto de ceros de los factores integrantes inversos y las soluciones periódicas y separatrices.

En esta comunicación presentamos una aplicación original de los factores integrantes inversos al estudio de los sistemas dinámicos lineales a trozos [2, 3], con la que damos un claro paso adelante para sortear dos complicaciones inherentes al uso natural de las ecuaciones de cierre. Más concretamente, con ayuda del factor integrante inverso de un sistema lineal somos capaces de describir las semiaplicaciones de Poincaré asociadas sin que, por un lado, sea necesario distinguir la configuración del espectro de las matrices del sistema y sin que, por el otro, el semitiempo de vuelo aparezca de forma explícita. Además, la posibilidad de manejar dichas semiaplicaciones como soluciones de ciertos problemas autónomos de valor inicial nos permitirá establecer de forma sencilla algunas de sus propiedades más relevantes.

**Sección temática en el CEDYA 2013: SD**

---

## Referencias

- [1] A. Algaba, C. García, M. Reyes. *Existence of an inverse integrating factor, center problem and integrability of a class of nilpotent systems*. Chaos Solitons Fractals 45 (2012), 869-878.
- [2] A. Andronov, A. Vitt, S. Khaikin, *Theory of oscillators*, Dover, 1987.
- [3] M. di Bernardo, C. Budd, A.R. Champneys, P. Kowalczyk. *Piecewise-smooth dynamical systems: Theory and applications*, Springer, 2008.
- [4] J. Chavarriga, H. Giacomini, J. Giné, J. Llibre. *On the integrability of two-dimensional flows*. J. Differential Equations 157 (1999), 163-182.
- [5] I.A. García, M. Grau. *A survey on the inverse integrating factor*. Qual. Theory Dyn. Syst. 9 (2010), 115-166.

## Perturbación de un cono invariante foliado de órbitas periódicas

SOLEDAD FERNÁNDEZ-GARCÍA, VICTORIANO CARMONA CENTENO Y  
EMILIO FREIRE MACÍAS

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla  
<http://personal.us.es/soledad/>, [vcarmona@us.es](mailto:vcarmona@us.es), [efrem@us.es](mailto:efrem@us.es)

### Resumen

Los sistemas dinámicos diferenciables a trozos son un área de la matemática muy de actualidad, tanto desde el punto de vista teórico como de las aplicaciones [1]. Dentro de esta clase de sistemas, cabe destacar la clase de los sistemas dinámicos lineales a trozos.

Dichos sistemas son capaces de explicar, de un modo intuitivo, la aparición de órbitas periódicas debido al cambio en la estabilidad de un punto de equilibrio en el caso plano. De hecho, el estudio de órbitas periódicas suele comenzar analizando la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema que se encuentran en la frontera de separación de las zonas de linealidad. Aunque este análisis no es difícil en el caso plano, el problema se complica en el caso tridimensional. En [3] se prueba que el acoplamiento con continuidad de dos sistemas estables tridimensionales puede resultar inestable. Esta inestabilidad está relacionada con la aparición de una clase de conjuntos invariantes con estructura de conos, de forma que la ausencia de conos invariantes garantiza la estabilidad siempre que los sistemas acoplados sean estables [2]. Es por ello que se hace necesario el análisis de la existencia de conos invariantes en los sistemas tridimensionales continuos lineales a trozos homogéneos. En [2, 4], los autores llevan a cabo un estudio de los conos invariantes en el caso observable. El análisis de los conos invariantes desde otro enfoque puede verse en [5].

En esta charla centraremos nuestra atención en el análisis de la existencia de conos invariantes bajo la hipótesis de no observabilidad. Además, analizaremos una situación en la que el sistema posee un cono invariante foliado de órbitas periódicas y estudiaremos la permanencia de dichas órbitas bajo una perturbación observable y no homogénea.

**Sección temática en el CEDYA 2013: SD**

---

### Referencias

- [1] M. di Bernardo, C.J. Budd, A.R. Champneys, P. Kowalczyk, *Piecewise-smooth Dynamical Systems Theory and Applications*, Springer-Verlag London Limited, 2008.
- [2] V. Carmona, E. Freire, E. Ponce, F. Torres, *Bifurcation of Invariant Cones in Piecewise Linear Homogeneous Systems*. Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 15 (2005) 2469-2484.
- [3] V. Carmona, E. Freire, E. Ponce, F. Torres, *The continuous matching of two stable linear systems can be unstable*. Discrete and Continuous Dynamical Systems, 16 (2006) 689-703.
- [4] V. Carmona, S. Fernández-García, E. Freire, *Saddle-node bifurcation of invariant cones in 3D piecewise linear systems*. Physica D: Nonlinear Phenomena, 241 (2012) 623-635.
- [5] T. Kupper. *Invariant cones for non-smooth dynamical systems*. Math. Comput. Simulation, 79 (2008) 1396-1408.

## Estudio topológico de la controlabilidad en los sistemas bimodales

M.D.MAGRET, M.E.MONTORO, F. PUERTA, X. PUERTA

Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya

m.dolors.magret@upc.edu, maria.eulalia.montoro@upc.edu,  
ferran.puerta@upc.edu, francisco.javier.puerta@upc.edu

### Resumen

Consideramos sistemas bimodales de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1x(t) + bu(t) & \text{if } c^t x(t) \leq 0 \\ \dot{x}(t) = A_2x(t) + bu(t) & \text{if } c^t x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

donde  $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  y  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i = 1, 2$ , son tales que  $A_1, A_2$  coinciden sobre el hiperplano  $\mathcal{V} = \ker c^t$ . Podemos suponer que  $c^t = (0, \dots, 0, 1)$ .

Nuestra intención es a partir de la caracterización de los sistemas controlables que se encuentra en [1] y de las deformaciones versales que calculamos y aplicamos sobre la formas reducidas obtenidas en [2], hacer un estudio del comportamiento de la controlabilidad en tales sistemas cuando se aplican pequeñas perturbaciones sobre ellos.

En particular, se demuestra que el conjunto de sistemas bimodales controlables es un conjunto abierto pero que no es denso; es decir, contrariamente a lo que pasa en los sistemas lineales ordinarios, en los sistemas bimodales la controlabilidad no es una condición genérica. Además se muestran ejemplos de sistemas no controlables que contienen puntos interiores y de sistemas no controlables con entornos controlables y entornos no controlables.

**Sección temática en el CEDYA 2013: SD**

---

### Referencias

- [1] M.K. Camlibel, W.P.M.H. Heemels and J.M. Shumacher. *On the controllability of Bimodal Piecewise Linear Systems*. Hybrid Systems: Computation and Control. Lecture Notes in Computer and Science, Vol 2993 (2004), pp 250-264.
- [2] X. Puerta. *Feedback reduced and canonical forms for switched and bimodal linear systems*. Preprint.

## Despliegue de la bifurcación fold-Hopf en sistemas continuos, lineales a trozos, con simetría

ELÍSA BET VELA, ENRIQUE PONCE, JAVIER ROS

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla

elivela@us.es, eponcem@us.es, javieros@us.es

### Resumen

En este trabajo consideramos una familia de sistemas diferenciales lineales a trozos, simétricos, en el espacio. Introducimos un parámetro pequeño, lo movemos y estudiamos la aparición de ciclos límite al paso de dicho parámetro por su valor crítico, es decir, cuando los tres autovalores de la parte lineal en el origen están en el eje imaginario del plano complejo.

Probamos la aparición simultánea de tres ciclos límite. Además, damos condiciones para la estabilidad de estos, y obtenemos expresiones analíticas para sus períodos y amplitudes.

Finalmente, aplicamos los resultados teóricos obtenidos a una versión generalizada del circuito de Chua, mostrando que la bifurcación fold-Hopf tiene lugar para un determinado rango de valores de los parámetros.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** SD: Sistemas Dinámicos

# Grafos y asas gordas para flujos Morse-Smale no singulares

P. VINDEL, B. CAMPOS

Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones de Castellón. Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I.

vindel@uji.es, campos@uji.es

## Resumen

La 3-esfera puede obtenerse identificando dos toros sólidos a lo largo de su frontera, por lo que un flujo Morse-Smale no singular definido en esta variedad puede descomponerse en dos toros complementarios, uno atractor y el otro repulsor.

En trabajos anteriores, hemos estudiado el problema inverso, demostrando que los flujos Morse-Smale no singulares definidos sobre la esfera  $S^3$ , cuando todas las órbitas de tipo silla son nudos triviales aislados, pueden obtenerse identificando asas engordadas por sus fronteras ([1] and [2]).

Por otra parte, hemos conseguido describir estos flujos Morse-Smale no singulares mediante grafos duales ([3]).

En este trabajo demostramos que los grafos primitivos se pueden asociar a las asas engordadas básicas y, como consecuencia, establecemos una correspondencia entre la identificación de asas engordadas y la pegada de grafos.

Sesión temática en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos

---

## Referencias

- [1] B. Campos and P. Vindel. *Transversal intersections of invariant manifold of NMS flows on  $S^3$* . Discrete and Continuous Dynamical Systems A, **32**, no.1 (2012) 41-56.
- [2] B. Campos and P. Vindel. *NMS flows on  $S^3$  with no heteroclinic trajectories connecting saddle orbits*. J. Dyn. Diff. Equat. **24** (2012) 181-196.
- [3] B. Campos and P. Vindel. *Dual graphs of Non-singular Morse-Smale flows on  $S^3$  with unknotted saddle periodic orbits*. To be published.
- [4] Morgan, J.W. *Non-singular Morse-Smale flows on 3-dimensional manifolds*. Topology **18** (1979) 41-53.
- [5] Wada, M. *Closed orbits of non-singular Morse-Smale flows on  $S^3$* . J. Math. Soc. Japan **41**, no 3 (1989) 405-413.
- [6] Wang, Xiaolu. *The  $C^*$ -algebras of Morse-Smale flows on two-manifolds*. Ergod. Th. and Dynam. Sys. **10** (1990) 565-597.

# Controlabilidad de sistemas lineales conmutados singulares

J. CLOTET, M.D. MAGRET, M.E. MONTORO

Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya

josep.clotet@upc.edu,  
m.dolors.magret@upc.edu, maria.eulalia.montoro@upc.edu

## Resumen

Consideramos sistemas conmutados, con subsistemas lineales no singulares o singulares. Nos restringiremos al caso en que todos los subsistemas singulares sean regulares lo que nos permitir dividir el subsistema en una parte lenta y una parte rápida. Si el subsistema es no singular la parte rápida no aparece. Bajo estas hipótesis, usaremos esta forma reducida en cada subsistema, que puede deducirse a partir de la del haz de matrices asociado de forma natural a las matrices de la ecuación de estado.

Primero estudiaremos los estados de controlabilidad. Para ello construiremos espacios vectoriales similares a los que aparecen en [3], pero adaptándolos a la partes lentas y rápidas de cada subsistema.

Nuestra intención es generalizar los resultados obtenidos en [1] en los cuales se establece una condición necesaria y suficiente para la controlabilidad de estos sistemas en el caso particular de dos subsistemas tales que sus partes lentas son del mismo orden y con el subespacio correspondiente a la parte rápida de uno de ellos de dimensión máxima.

Meng y Zhang en [2] obtuvieron condiciones necesarias y condiciones suficientes en el caso general. Nosotros establecemos aquí una condición (necesaria y suficiente) para la controlabilidad del sistema.

**Sección en el CEDYA 2013: SD**

---

## Referencias

- [1] J. Clotet, J. Ferrer, M.D. Magret. *Switched singular linear systems*. Proceedings of the 17th Mediterranean Conference on Control and Automation. Thessaloniki, Greece, June 24-26, (2000), 1343-1347.
- [2] B. Meng, J. Zhang. *Reachability conditions for switched linear singular systems*. IEEE Transactions on automatic control, vol. 51, no. 3, (March 2006), 482-488.
- [3] Z. Sun, S.S. Ge, *Switched Linear Systems*, Springer Verlag, 2005.

# Characterizing Orbital-Reversibility of Vector Fields through Normal Forms

I. CHECA, A. ALGABA, C. GARCÍA

Dept. Mathematics, University of Huelva, Spain

isabel.checa@dmat.uhu.es, algaba@uhu.es, cristoba@uhu.es

E. GAMERO

Dept. Applied Mathematics, University of Sevilla, Spain

estanis@ma2.us.es

## Resumen

We consider an analytic  $n$ -dimensional autonomous system of differential equations given by

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}), \quad (12)$$

where  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ , having an equilibrium point at the origin. We address the problem of determining if it admits some reversibility modulo  $\mathcal{C}^\infty$ -equivalence (see [1] and [2]).

The problem of determining if system (12) has some reversibility is considered in ([3] and [4]). Notice that if the quoted system is reversible, then we know some facts about its solution set. In this work, we determine if there exists some time-reparametrization such that the resulting system admits some reversibility. We give a necessary condition for the orbital-reversibility of system (12), that is, the existence of a normal form under equivalence which is reversible to the change of sign in the first variable. Taking into account this condition, we formulate a suitable algorithm to detect orbital-reversibility. The results are applied to a pair of families of planar and tridimensional nilpotent systems.

**Sesión temática en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos**

---

## Referencias

- [1] J.S.W. Lamb and J.A.G. Roberts. *Time-reversal symmetry in dynamical systems: a survey*. Physica D. Nonlinear Phenomena, 112, 1-2, (1998), pp. 1-39.
- [2] D. Montgomery and L. Zippin. *Topological Transformations Group*. Interscience Publ., New York, 1995.
- [3] A. Algaba, C. García and M.A. Teixeira. *Reversibility and quasi-homogeneous normal forms of vector fields*. Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, 73, (2010), pp. 510-525.
- [4] A. Algaba, E. Gamero and C. García. *The reversibility problem for quasi-homogeneous dynamical systems*. Discrete and Continuous Dynamical System-A, 33, 8, (2013), pp. 3225-3236. doi:10.3934/dcds.2013.33.3225

# Sobre la estabilidad del origen en una familia 1-paramétrica de sistemas diferenciales en el plano

JOHANNA D. GARCÍA-SALDAÑA, ARMENGOL GASULL

Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona

johanna@mat.uab.cat, gasull@mat.uab.cat

HECTOR GIACOMINI

Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique. Faculté des Sciences et Techniques. Université de Tours

Hector.Giacomini@lmpt.univ-tours.fr

## Resumen

En 1987 Galeotti y Gori [1] plantearon una conjetura sobre la estabilidad del origen en los sistemas

$$\begin{cases} \dot{x} = y^3 - x^{2k+1}, \\ \dot{y} = -x + my^{2s+1}, \quad m \in \mathbb{R}, \quad k, s \in \mathbb{N}^+. \end{cases}$$

En esta charla daremos la solución a la conjetura. Además, en el caso  $k = 1$  y  $s = 2$ , usando una generalización del Teorema de Bendixon-Dulac [2], probaremos que el sistema tiene a lo más un ciclo límite hiperbólico y puede existir sólo para  $m \in (0,547, 0,6)$ , lo que mejora los resultados de [1]. El principal interés y dificultad para estudiar ésta familia es que no es una familia semi-completa de campos vectoriales rotatorios.

**Sesión temática en el CEDYA 2013: Sistemas Dinámicos.**

---

## Referencias

- [1] M. Galeotti, F. Gori, *Bifurcations and limit cycles in a family of planar polynomial dynamical systems*, Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino, (1), **46** (1988), 31–58.
- [2] A. Gasull, H. Giacomini, *A new criterion for controlling the number of limit cycles of some generalized Liénard equations*, J. Differential Equations, **185** (2002) 54–73.



# Parameterization method for computing quasi-periodic Normally Hyperbolic Invariant Tori

MARTA CANADELL, ÀLEX HARO

Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona

marta@maia.ub.es, alex@maia.ub.es

## Resumen

In this talk we explain a numerical algorithm for the computation of normally hyperbolic invariant tori (NHIT) with fixed frequency.

We consider the problem of numerically computing quasi-periodic normally hyperbolic invariant tori and their normal bundles. The framework leads to solving invariance equations, for which one uses a Newton-like method adapted to the dynamics and the geometry of the (invariant) manifold, the NHIT. The algorithm is based on a KAM scheme to find the parameterization of a torus with fixed Diophantine frequency (by adjusting parameters of the model).

We apply this method to continue curves of quasi-periodic normally hyperbolic invariant tori of a perturbed dynamical system and to explore the mechanism of breakdown of these invariant tori.

**Sesión especial en el CEDYA 2013: 12-Sistemas Dinámicos**

---

## Referencias

- [1] R. de la Llave. *A tutorial on KAM theory*. In Smooth ergodic theory and its applications (Seattle, WA, 1999), Proc. Sympos. Pure Math. vol. 69, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2001), 175-292.
- [2] R. de la Llave, A. González, À. Jorba, J. Villanueva. *KAM theory without action-angle variables*. Nonlinearity 18 no. 2(2005), 855-895.
- [3] À. Haro y R. de la Llave. *A parameterization method for the computation of invariant tori and their whiskers in quasi-periodic maps: numerical algorithms*. Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 6, (2006) 1261-1300.
- [4] À. Haro y R. de la Llave. *A parameterization method for the computation of invariant tori and their whiskers in quasi-periodic maps: rigorous results*. J. Differential Equations 228 no. 2(2006), 530-579.
- [5] À. Haro y R. de la Llave. *A parameterization method for the computation of invariant tori and their whiskers in quasi-periodic maps: explorations and mechanisms for the breakdown of hyperbolicity*. SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 6 no. 1(2007), 142-207.
- [6] R. Calleja, J-Ll. Figueras. *Collision of invariant bundles of quasi-periodic attractors in the dissipative standard map*. Chaos num. 3 vol. 22, (2012).
- [7] À. Haro and A. Luque. *The parametrization method in KAM theory*. (to appear).
- [8] R. Calleja, A. Celletti, R. de la Llave. *Kam theory for conformally symplectic systems: efficient algorithms and their validation*. MP ARC # 11-188. Jour. Diff. Equ, (to appear).

# Ecuación no lineal de Schrödinger en un lattice infinito

F. RIVERO, P. PANAYOTAROS

Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS, UNAM

lfeliperiverog@mym.iimas.unam.mx, panos@mym.iimas.unam.mx

## Resumen

En este trabajo mostramos un estudio sobre la siguiente ecuación de Schrödinger no autónoma en un lattice infinito

$$\dot{u}_j = i\gamma(u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}) + V_j u_j + (-\varepsilon + ib)|u_j|^2 u_j, \quad j \in \mathbb{Z} \quad (13)$$

donde el acoplamiento entre las distintas ecuaciones depende del valor  $\gamma > 0$ . Buscamos mostrar la existencia del atractor pullback para subsistemas de esta ecuación cuando el dato inicial está en el espacio de sucesiones  $l^2$  y la sucesión  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$  presenta un número finito de elementos no negativos, no teniendo por qué estar necesariamente en el espacio  $l^2$ . La naturaleza no-autónoma proviene del acoplamiento entre las diferentes ecuaciones dentro de los subsistemas, dando como resultado unas condiciones en la frontera que dependen del tiempo. Para ello recordaremos brevemente la teoría sobre atractores pullback dentro del marco de los procesos de evolución.

**Sección en el CEDYA 2013: EDO y SD**

---

## Referencias

- [1] T. Caraballo, A.N. Carvalho, J.A. Langa, F. Rivero, Existence of pullback attractors for pullback asymptotically compact processes, *Nonlinear Analysis*, 72 (2010) 1967–1976.
- [2] A.N. Carvalho, J.A. Langa, J.C. Robinson, *Attractors for infinite-dimensional non-autonomous dynamical systems*, Springer, New York (2013).
- [3] Y.V. Kartashov, V.V. Konotop, V.A. Vysloukh, Two-dimensional dissipative solitons supported by localized gain, *Optics Letters*, 36, no 1 (2011) 82–84.
- [4] T. Kato, *Perturbation Theory for Linear Operators*, Springer-Verlag, New York (1976).
- [5] P. Panayotaros, Linear stability of breathers of the discrete NLS, *Phys. Lett. A*, 373, no 10 (2009) 957–963.
- [6] B. Wang, Dynamics of systems on infinite lattices, *J. Differential Equations*, 221, no. 1 (2006) 224–245.

## Funciones de menor gradiente

SERGIO SEGURA DE LEÓN, JOSÉ M. MAZÓN

Department d'Anàlisi Matemàtica, Universitat de València

sergio.segura@uv.es, jose.m.mazon@uv.es

JULIO D. ROSSI

Departamento de Análisis Matemático, Universitat d'Alacant

julio.rossi@ua.es

### Resumen

Dado un abierto  $\Omega \subset \mathbf{R}^N$ , cuya frontera es Lipschitz-continua, y dada una función  $h \in L^1(\partial\Omega)$ , definimos en  $BV(\Omega)$  el funcional

$$\Phi_h(u) = \int_{\Omega} |Du| + \int_{\partial\Omega} |u - h| d\mathcal{H}^{N-1}.$$

En nuestro trabajo, consideramos la minimización de  $\Phi_h$  y su ecuación (formal) de Euler-Lagrange:

$$\begin{cases} -\operatorname{div} \left( \frac{Du}{|Du|} \right) = 0, & \text{en } \Omega; \\ u = h, & \text{sobre } \partial\Omega. \end{cases} \quad (14)$$

Demostramos que, para cada  $h \in L^1(\partial\Omega)$ , existe  $u \in BV(\Omega)$  que es solución tanto del problema de minimización como de (14). Asimismo damos un ejemplo que muestra que la solución, en general, no es única cuando  $h \notin C(\partial\Omega)$ .

La demostración de nuestro resultado de existencia sigue los argumentos desarrollados en [1] y mejora los resultados de [2, 3]. En estos trabajos se demuestra que para cada  $h \in C(\partial\Omega)$  existe  $u \in BV(\Omega) \cap C(\Omega)$  que es una función de menor gradiente en  $\Omega$  verificando  $u|_{\partial\Omega} = h$ , bajo las hipótesis que  $\partial\Omega$  tenga una curvatura media no negativa y que  $\partial\Omega$  no minimice localmente el área.

En los artículos de Sternberg, Williams y Ziemer se prueba también la unicidad de la función de menor gradiente. Nuestros ejemplos de no unicidad para datos no continuos se basan en el ejemplo que aparece en [4, Example 3.6].

**Sección en el CEDYA 2013: EDP**

---

### Referencias

- [1] F. Andreu, C. Ballester, V. Caselles y J.M. Mazón, *The Dirichlet Problem for the Total Variational Flow*, J. Funct. Anal. 180 (2001), 347–403.
- [2] P. Sternberg, G. Williams y W.P. Ziemer, *Existence, uniqueness, and regularity for functions of least gradient* J. Reine Angew. Math. 430, 35–60 (1992).
- [3] P. Sternberg y W.P. Ziemer, *The Dirichlet problem for functions of least gradient*, en: Ni, Wei-Ming (ed.) et al., *Degenerate diffusions. Proceedings of the IMA workshop, held at the University of Minnesota, MN, USA, from May 13 to May 18, 1991*, New York: Springer-Verlag. IMA Vol. Math. Appl. 47, 197–214 (1993).
- [4] P. Sternberg y W.P. Ziemer, *Generalized motion by curvature with a Dirichlet condition*, J. Differ. Equations 114, No.2, 580–600 (1994).

# Comportamiento asintótico de las soluciones de un sistema logístico infinito

JOSÉ VALERO

Centro de Investigación Operativa, Universidad Miguel Hernández de Elche  
jvalero@umh.es

TOMÁS CARABALLO

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla  
caraball@us.es

FRANCISCO MORILLAS

Department d'Economia Aplicada, Universidad de Valencia  
francisco.morillas@uv.es

## Resumen

Nos planteamos estudiar el siguiente sistema de infinitas ecuaciones logísticas:

$$\begin{cases} \frac{du_i}{dt} - (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) - ru_i(t) \left(1 - \frac{1}{b}u_i(t)\right) = 0, & t > 0, i \in \mathbf{Z}, \\ u_i(0) = u_i^0, & i \in \mathbf{Z}, \end{cases} \quad (15)$$

siendo  $r, b > 0$  constantes. El sistema (15) puede ser considerado como una aproximación discreta de una ecuación logística con difusión.

Nuestro objetivo es estudiar el comportamiento a largo plazo de las soluciones.

En primer lugar, probamos la existencia y unicidad de soluciones no negativas en el espacio de sucesiones infinitas  $\ell^2$ . Sin embargo, el espacio  $\ell^2$  resulta ser inadecuado para estudiar el régimen asintótico de las soluciones, ya que la ecuación no es suficientemente disipativa en ese caso. Observemos además que el punto fijo  $\bar{u}$  definido por  $\bar{u}_i = b$ , para todo  $i$ , no pertenece al espacio  $\ell^2$ , aunque juega un papel en la dinámica del sistema. Por tanto, utilizamos en su lugar un espacio con peso adecuado  $\ell_\delta^2$  y extendemos el semigrupo definido en  $\ell^2$  a este nuevo espacio.

A continuación, probamos la existencia de un atractor global del sistema en el espacio  $\ell_\delta^2$ . Es importante destacar que, gracias al espacio con peso, el término cuadrático  $\frac{r}{b}u^2$  domina al término lineal  $ru$ , algo que no sucede en el espacio  $\ell^2$ . Esto ocurre debido a que en espacios de sucesiones sin peso tenemos la cadena de inclusiones  $\ell^1 \subset \ell^2 \subset \ell^3 \subset \dots$ , mientras que en los espacios con peso  $\ell_\delta^p$  ocurre al revés:  $\ell_\delta^1 \supset \ell_\delta^2 \supset \ell_\delta^3 \supset \dots$

Por último, demostramos ciertas propiedades de regularidad de las soluciones y del atractor, probando que el atractor es compacto en cualquier espacio  $\ell_\delta^p$ ,  $p \geq 2$ . Asimismo, obtenemos que la propiedad de atracción es cierta con respecto a la norma de estos espacios.

**Sección en el CEDYA 2013: EDP**

## Nonlinear nonlocal reaction-diffusion equations.

SILVIA SASTRE-GÓMEZ, ANÍBAL RODRÍGUEZ-BERNAL

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid

silviasastre@mat.ucm.es, arober@mat.ucm.es

### Resumen

Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ , and  $J$  be a nonnegative function defined in  $\Omega \times \Omega$ . We consider the problem

$$\begin{cases} u_t(x, t) &= \int_{\Omega} J(x, y)u(y, t)dy - h(x)u(x, t) + f(x, u(x, t)), & x \in \Omega \subset \mathbb{R}^N \\ u(x, 0) &= u_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (16)$$

with  $h \in L^\infty(\Omega)$ ,  $u_0 \in L^p(\Omega)$  and the function  $f$  defined as  $f : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , that maps  $(x, s)$  into  $f(x, s)$ . We assume  $f$  locally Lipschitz in the variable  $s \in \mathbb{R}$ , uniformly with respect to  $x \in \Omega$ , and  $f$  satisfies that there exist a function  $f_0 \in C^1(\mathbb{R})$ , and  $s_0, \delta > 0$  such that

$$f(\cdot, s)s \leq f_0(s)s \leq -\delta|s|, \quad \forall |s| > s_0, \quad (17)$$

We study the existence and uniqueness and we give some asymptotic estimates of the norm  $L^p(\Omega)$  of the solution  $u$  of the problem (16), following the ideas of [1], and we prove the existence of two ordered extremal equilibria, like in [2], which give some information about the set that uniformly attracts the dynamics of the semigroup  $S(t)u_0$ , for all  $u_0$  in  $L^p(\Omega)$ .

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

### Referencias

- [1] Arrieta, J. M., Carvalho, A. N., Rodriguez-Bernal, A., Attractors of parabolic problems with nonlinear boundary conditions. Uniform Bounds, Comm. Partial Differential Equations Volume 25, Number 1-2, Pages 1-37.
- [2] Rodriguez-Bernal, A., Vidal-Lopez, A., Extremal equilibria for nonlinear parabolic equations in bounded domains and applications, J. Differential Equations 244 (2008) 2983-3030.

# Nonhomogeneous asymmetric flow under friction-type boundary conditions

MARKO A. ROJAS-MEDAR

Grupo de Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas,  
Universidad del Bío-Bío, Chile

marko@ubiobio.cl

FABIO VITORIANO E SILVA

Departamento de Matemática, Universidade Federal Goiás, Brasil

fabios@mat.ufg.br

PABLO BRAZ E SILVA

Departamento de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Brasil

pablo@dmat.ufpe.br

## Resumen

We will study the equations for the motion of a non-homogeneous viscous incompressible asymmetric fluid. These equations will be considered in the set  $\mathcal{Q}_T = \Omega \times [0, T]$ ,  $T > 0$ . Thus, let us denote by  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{w}$ ,  $\rho$  and  $p$  the velocity field, the angular velocity of rotation of the fluid particles, the mass density and the pressure distribution, respectively. The governing equations are the following:

$$\begin{cases} \rho \mathbf{u}_t + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mu + \mu_r) \Delta \mathbf{u} + \nabla p = 2\mu_r \operatorname{rot} \mathbf{w} + \rho \mathbf{f}, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \\ \rho \mathbf{w}_t + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{w} - \beta \Delta \mathbf{w} - \gamma \nabla(\operatorname{div} \mathbf{w}) + 4\mu_r \mathbf{w} = 2\mu_r \operatorname{rot} \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \\ \rho_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0, \end{cases} \quad (18)$$

where  $\beta = c_a + c_d$  and  $\gamma = c_0 - c_a + c_d$ . System (18) is complemented with initial and boundary conditions

$$\rho(0) = \rho_0, \quad \mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{w}(0) = \mathbf{w}_0, \quad (19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, & \mathbf{v} = \tilde{K}[\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}] \\ \mathbf{w} = \frac{\alpha}{2} \operatorname{curl} \mathbf{v} \end{cases} \quad \text{on } \Gamma = \partial\Omega \quad (20)$$

where  $\tilde{\mathbf{n}}$  is the unit normal to  $\Gamma$ ,  $\tilde{K}(x, t)$  is a nonnegative function defined in  $\Gamma_T = [0, T] \times \partial\Omega$  and  $\alpha \in [0, 1]$  is a real parameter. The boundary conditions (20)<sub>1</sub> for the velocity  $\vec{v}$  are sort of slip boundary condition widely studied in the context of Navier-Stokes fluids in both stationary and evolutionary regimes [7, 5]. The early works on the model only treat the case of Dirichlet boundary conditions [1, 2, 3, 4, 6]

Our main result is

**Teorema 1** Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ,  $r > n$ ,  $\rho_0(x) \in C^1(\bar{\Omega})$ ,  $0 < m \leq \rho_0(x) \leq M < \infty$ ,  $\mathbf{f}(x, t), \mathbf{g}(x, t) \in L_r(Q_T)$ ,  $\tilde{K}(x, t) \in C^\beta([0, T]; W_r^{1-1/r}(\Gamma))$ ,  $0 < \beta \leq 1$  and  $\mathbf{v}_0(x), \mathbf{w}_0(x) \in W_r^{2-2/r}(\Omega)$ , with  $\operatorname{div} \mathbf{v}_0 = 0$  in  $\Omega$ , along with compatibility conditions between (18) and initial and boundary conditions (19) and (20). Then

i) for  $n = 3$ , there exists  $T_1 \in (0, T]$  such that (18)-(20) has an unique solution  $\rho \in C^1(\bar{Q}_{T_1})$ ,  $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in W_r^{2,1}(Q_{T_1})$ ,  $\nabla p \in L_r(Q_{T_1})$ .

ii) for  $n = 2$ , assuming in addition that  $\sup_{t \in [0, T]} \left\| \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^j \frac{K(\cdot, t)}{1 - K(\cdot, t)} \right\|_{L_2(\Gamma_t)} < \infty$ ,  $j = 0, 1$ , where  $\Gamma_t = \{x \in \Gamma \mid K(x, t) \neq 1\} \neq \emptyset$ , the solution of problem (18)-(20) above exists on the interval  $[0, T]$ , where  $K = (1 + \mu_1 \tilde{K})^{-1}$ .

**Sección en el CEDYA 2013: EDP**

**Acknowledgements:** This work was partially supported by DGI-MEC (Spain) Grant MTM2012-32325 and Fondecyt-Chile Grant 1120260, GI/C-UBB 121909.

**Referencias**

- [1] J.L. Boldrini and M.A. Rojas-Medar and E. Fernández-Cara, *Semi-Galerkin approximation and strong solutions to the equations of the nonhomogeneous asymmetric fluids*. J. Math. Pures Appl. (9) 82 (2003), no. 11, 1499–1525.
- [2] P. Braz e Silva and E.G. Santos, *Global weak solutions for variable density asymmetric incompressible fluids*. J. Math. Anal. Appl. 387 (2012), 953-969.
- [3] C. Conca and R. Gormaz and E.E. Ortega-Torres and M.A. Rojas-Medar, *The equations of non-homogeneous asymmetric fluids: an iterative approach*. Math. Methods Appl. Sci. 25 (2002), no. 15, 1251–1280.
- [4] C. Conca and R. Gormaz and E.E. Ortega-Torres and M.A. Rojas-Medar, *Existence and uniqueness of a strong solution for nonhomogeneous micropolar fluids*. Nonlinear partial differential equations and their applications. Collège de France Seminar, Vol. XIV (Paris, 1997/1998), 213–241, Stud. Math. Appl., 31, North-Holland, Amsterdam, 2002.
- [5] S. Itoh and A. Tani, *The initial value problem for the non-homogeneous Navier-Stokes equations with general slip boundary condition*. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 130 (2000), 827–835.
- [6] G. Lukaszewicz, *Micropolar fluids: theory and applications*, Birkhäuser, Berlin (1998).
- [7] V. Solonnikov and S. Šcadilov, *On a boundary value problem for a stationary system of Navier-Stokes equations*, Proc. Steklov Inst. Math. 125 (1973), 186–199.

# Perturbation and regularization for some fourth order parabolic differential equations

CARLOS QUESADA GONZÁLEZ, ANÍBAL RODRÍGUEZ BERNAL

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid

carlosqu@ucm.es, arober@ucm.es

<http://www.mat.ucm.es/~carlosqu>

## Abstract

We solve the parabolic bi-Laplacian equation for several classes of initial data in  $\mathbb{R}^N$ . We also consider perturbations to the problem, obtaining a perturbed semigroup and showing the robustness of the result with respect to the perturbation. We adapt for the bi-Laplacian a general existence and regularity theory for parabolic equations developed in [1]. Then, we use some results in [2] to handle the perturbations. In particular, we can solve the problems of the type

$$\begin{cases} u_t + \Delta^2 u + \sum_{j=1}^J P_j u = 0, & x \in \mathbb{R}^N, \quad t > 0, \quad j = 1, \dots, J \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

where the perturbations  $P_j$  are of the form  $Pu = D^a(d(x)D^b u)$ , with  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $a + b \leq 3$  and  $d$  belong to the uniform space  $L^p_U(\mathbb{R}^N)$ , which is made of the functions  $d \in L^p_{loc}(\mathbb{R}^N)$  such that for all  $x_0 \in \mathbb{R}^N$ ,

$$\int_{B(x_0,1)} |d(x)|^p \leq C.$$

The solutions are given by a strongly continuous analytic semigroup with strong regularizing properties. The continuous dependence of the solution with respect to the perturbations is also discussed.

**Sección temática en el CEDYA 2013: EDP**

## Referencias

- [1] Amann, H. *Linear and quasilinear parabolic problems*. Vol. I. Birkhauser Boston Inc., 1995.
- [2] Rodríguez-Bernal, A. *Perturbation of analytic semigroups in scales of Banach spaces and applications to parabolic equations with low regularity data*, Bol. Soc. Esp. Mat. Apl., 2011.



## Estudio de errores en la integración del problema de dos cuerpos, mediante el uso de anomalías de Sundman

LÓPEZ, J.A., MARCO, F.J.

Department de Matemàtiques, IMAC , Universitat Jaume I

lopez@mat.uji.es, marco@mat.uji.es

MARTÍNEZ, M.J.

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de València

mjmartin@mat.upv.es

### Resumen

Como es sabido, existen problemas en la integración numérica a paso constante del problema de dos cuerpos, en función del tipo de coordenadas elegidas, siendo habitual que errores en el vector de Runge-Lenz provoquen una precesión artificial y secular del periastro, incluso en métodos simplécticos, aunque teóricamente se conserva la forma simpléctica. Dado que es imposible conservar de forma exacta, y mediante un método numérico, todas las constantes del problema, una opción consiste en realizar un cambio, dependiente de la excentricidad, en la variable de integración de modo que permita minimizar errores en posición en el periastro y en velocidad en el apoastro, para cualquier valor de la excentricidad, entre 0 y 1. El presente trabajo considerará esta casuística y se darán los errores en norma infinito, de las distintas cantidades como la Energía, el módulo del vector Momento Angular y las componentes del vector de Runge-Lenz, para un número suficientemente elevado de revoluciones orbitales.

**Sección temática en el CEDYA 2013: EDP**

# A priori Error Estimation for Partition of the Unity Finite Element Solutions of the Helmholtz Equation

P. M. LÓPEZ-PÉREZ, L. HERVELLA-NIETO, A. PRIETO

Department of Mathematics, Universidade da Coruña

paula.lopez@udc.es, luis.hervella@udc.es, andres.prieto@udc.es

## Abstract

The Helmholtz Equation is widely used as the standard model in acoustic propagation problems. At middle and high frequency regime, its numerical approximation, computed by a nodal Finite Element Method (FEM), differs significantly from the exact solution due to the so-called “pollution” effect [1]. So, the accuracy and reliability of the Helmholtz numerical approximations are based on pollution-free discrete methods, which should have a robust behavior with respect to the wave number.

The Partition of the Unity Finite Element Method (PUFEM) [2] is one of these pollution-free methods. Computational advantages and implementation drawbacks of the PUFEM discretization have been demonstrated numerically before, so an error estimation for Partition of the Unity Finite Element solution of the Helmholtz equation is needed in order to study the analytical advantages over the error estimation for the Finite Element solution [3].

In this work, the Partition of the Unity Finite Element Method has been applied to discretize the Helmholtz unidimensional model. The approximability of the exact solution is obtained as a direct conclusion from the approximation properties of the PUFEM space and from the stability. The error estimation for Partition of the Unity Finite Element solutions of the Helmholtz equation is then concluded.

**CEDYA 2013 thematic sections: EDP, AN**

---

## Referencias

- [1] A. Deraemaeker, I. Babūška, P. Bouillard, *Dispersion and Pollution of the FEM Solution for the Helmholtz Equation in one, two and three Dimensions*, International Journal for Numerical Methods in Engineering 46, 471-499 (1999).
- [2] J. M. Melenk, I. Babūška, *The partition of unity finite element method: basic theory and applications*, Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 139, 289-314 (1996).
- [3] F. Ihlenburg, I. Babūška, *Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number. Part I: The h-Version of the FEM*, Computers and Mathematics with Applications 30, 9-37 (1995).

# On a nonlinear variation of constants formula and its application to the control of blowing-up trajectories

ALFONSO C. CASAL

Univ. Politécnica de Madrid  
alfonso.casal@upm.es

JESUS ILDEFONSO DÍAZ, JOSE M. VEGAS

Univ. Complutense de Madrid, CUNEF Madrid  
diazracefyn@insde.es, jm.vegas@cunef.edu

## Resumen

We consider blowing-up solutions  $y^0(t)$ ,  $t \in [0, T_{y^0})$ , of some ODEs

$$P(T_{y^0}) : \frac{dy}{dt}(t) = f(y(t)), y(0) = y_0,$$

where  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  is a locally Lipschitz function and  $d \geq 1$ . The controllability question we analyze in this work is the following: given  $\epsilon > 0$ , can we find a continuous deformation of  $y^0(t)$ , built as solution of the control perturbed problem obtained by replacing  $f(y(t))$  by  $f(y(t)) + u(t)$ , for a suitable control  $u \in L^1_{loc}(0, +\infty : \mathbb{R}^d)$  such that  $y(t) = y^0(t)$  for any  $t \in [0, T_{y^0} - \epsilon]$  and such that  $y(t)$  is continued to the whole  $[0, +\infty)$ ? We shall also improve a previous work [1]. The key ingredient is a *nonlinear variation of constants formula*, extending previous results, such as the classical one by Alekseev among others: let  $f$  be a *globally* Lipschitz function and let  $\beta(t, y)$  a family of maximal monotone operators on the space  $\mathbb{R}^d$ , with  $\beta(t, \cdot) \in L^1_{loc}(0, +\infty : \mathbb{R}^d)$ , such that the solutions of the problem,

$$P(f, \beta) : \frac{dy}{dt}(t) \in f(y(t)) + \beta(t, y(t)), y(t_0) = \xi,$$

are well defined as absolutely continuous functions on  $[0, T]$ , for a given  $T > 0$ . Let  $y = \phi(t, t_0, \xi)$  be the unique solution of the ODE in  $\mathbb{R}^d$ ,  $y' = f(y(t))$ ,  $y(t_0) = \xi$ , and let  $\Phi(t, t_0, \xi) = \partial_\xi \phi(t, t_0, \xi)$ . Then  $\phi$  is Lipschitz continuous,  $\Phi$  is absolutely continuous and that the solution  $y(t)$  of the “perturbed problem”  $P(f, \beta)$ , for any  $t \in [0, T]$ , has the integral representation

$$y(t) = y^0(t) + \int_{t_0}^t \Phi(t, s, y(s))\beta(s, y(s))ds,$$

where  $y^0(t) = \phi(t, t_0, y_0)$ . We also give applications to some nonlinear blowing-up parabolic problems, for  $u$  (a suitable delayed feedback control), as

$$(P_N) = \begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} - \Delta y = |y|^{p-1}y + u(t, x), & (t, x) \in (0, +\infty) \times \Omega, \quad p > 1, \\ \frac{\partial y}{\partial n}(t, x) = 0, & (t, x) \in (0, +\infty) \times \partial\Omega, \\ y(0, x) = y_0(x), & x \in \Omega. \end{cases}$$

Sección en el CEDYA 2013: EDP

## Referencias

- [1] Casal, A., Díaz, J., Vegas, J. M., Blow-up in some ordinary and partial differential equations with time-delay. *Dynam. Systems Appl.* 18 (2009), no. 1, 29-46.

## Homogeneización y corrector para la ecuación de ondas con coeficientes periódicos

J. CASADO-DÍAZ, J. COUCE-CALVO, F. MAESTRE, J.D. MARTÍN GÓMEZ

Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico  
Universidad de Sevilla

jcasadod@us.es, couce@us.es, fmaestre@us.es, jdmartin@us.es

### Resumen

En este trabajo llevamos a cabo el análisis de la homogeneización y cálculo de un corrector para la ecuación de ondas en  $\mathbb{R}^N$  con coeficientes periódicos (ver [2], [3] para problemas relacionados). En particular, un problema que recoge los principales aspectos en los que estamos interesados (aunque en el análisis llevado a cabo en [4] hemos estudiado problemas algo más generales) es el siguiente:

$$\begin{cases} \partial_t(\rho^0(\frac{x}{\epsilon})\partial_t u_\epsilon) - \operatorname{div}_x(A^0(\frac{x}{\epsilon})\nabla_x u_\epsilon) + B(t, x, \frac{t}{\epsilon}, \frac{x}{\epsilon}) \cdot \nabla_{t,x} u_\epsilon = f_\epsilon & \text{en } (0, T) \times \mathbb{R}^N, \\ u_\epsilon(0, x) = u^0(x) + \epsilon u^1(x, \frac{x}{\epsilon}), \quad (\rho_\epsilon \partial_t u_\epsilon)(0, x) = \vartheta(x, \frac{x}{\epsilon}) & \text{in } \mathbb{R}^N, \end{cases} \quad (21)$$

donde  $\epsilon$  es un parámetro pequeño que tiende a cero.

Asumiendo regularidad para los datos de la ecuación (ver [4] para más detalles), periodicidad en la variable espacial microscópica  $y = x/\epsilon$  y casi-periodicidad respecto a la variable temporal microscópica  $s = t/\epsilon$ , se prueba que el problema (21) posee una única solución que está acotada en  $L^\infty(0, T; H^1(\mathbb{R}^N)) \cap W^{1,\infty}(0, T; L^2(\mathbb{R}^N))$ .

Aplicando a (21) la teoría de convergencia en doble escala (ver [1]), probamos la existencia de funciones  $u_0, u_1$  tales que  $u_0(t, x) + \epsilon u_1(t, x, \frac{t}{\epsilon}, \frac{x}{\epsilon})$  es un corrector para  $u_\epsilon$ . A priori, este resultado puede parecer bastante similar al obtenido en el caso elíptico, pero a diferencia de éste, el corrector es no local. Como una consecuencia, veremos que el término de primer orden  $B \cdot \nabla_{t,x} u_\epsilon$  proporciona, en general, un término no local en la ecuación límite.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP : Ecuaciones en Derivadas Parciales

### Referencias

- [1] G. ALLAIRE. "Homogenization and two-scale convergence. SIAM J. Math. Analysis 23 (1992), 1482-1518.
- [2] S. BRAHIM-OTSMANE, G.A. FRANCFORT, F. MURAT. "Correctors for the homogenization of the wave and heat equations". J. Math. Pures Appl. 71 (1992), 197-231.
- [3] J. CASADO-DÍAZ, J. COUCE-CALVO, F. MAESTRE, J.D. MARTÍN-GÓMEZ. "Homogenization and corrector for the wave equation with discontinuous coefficients in time". J. Math. Anal. Appl. 379 (2011), 664-681.
- [4] J. CASADO-DÍAZ, J. COUCE-CALVO, F. MAESTRE, J.D. MARTÍN-GÓMEZ. "Homogenization and correctors for the wave equation with periodic coefficients", Enviado.

## Soluciones débiles de un sistema en régimen armónico no uniformemente elíptico

MARÍA TERESA GONZÁLEZ MONTESINOS

Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad de Sevilla

mategon@us.es

FRANCISCO ORTEGÓN GALLEGO

Departamento de Matemáticas, Universidad de Cádiz

francisco.ortegon@uca.es

### Resumen

Nuestro objetivo es el análisis de la existencia de solución débil del sistema

$$\left. \begin{aligned} -\nabla \cdot (\sigma(\theta)\nabla\varphi) &= i\lambda\omega\nabla \cdot (\sigma(\theta)\mathbf{A}) + f \text{ en } \Omega_T = \Omega \times (0, T), \\ i\omega\sigma(\theta)\mathbf{A} + L(\mathbf{A}) &= -\sigma(\theta)\nabla\varphi \text{ en } D_T = D \times (0, T), \\ \varphi &= 0 \text{ sobre } \Gamma_0 \times (0, T), \quad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \text{ sobre } \Gamma_1 \times (0, T), \text{ + c.c. sobre } \mathbf{A}, \\ \theta_{,t} - \nabla \cdot (\kappa(\theta)\nabla\theta) &= \frac{\sigma(\theta)}{2} |i\omega\mathbf{A} + \nabla\varphi|^2 + G \text{ en } \Omega_T, \\ \frac{\partial\theta}{\partial n} &= 0 \text{ sobre } \partial\Omega \times (0, T), \quad \theta(\cdot, 0) = \theta_0 \text{ en } \Omega, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

que proviene del proceso industrial de calentamiento de una pieza de acero mediante inducción electromagnética y conducción (ver [1] y [2]). En este ámbito,  $\Omega, D \subset \mathbb{R}^3$  son dominios acotados, conexos y lipschitzianos tales que  $\bar{\Omega} \subset D$ ,  $\partial\Omega = \Gamma_0 \cup \Gamma_1$  y  $\partial D = S_0 \cup S_1$ , y las incógnitas son el potencial eléctrico,  $\varphi$ , el vector potencial magnético,  $\mathbf{A}$ , y la temperatura,  $\theta$ ;  $\sigma$  y  $\kappa$  son las conductividades eléctrica y térmica, respectivamente,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $\theta_0$  la temperatura inicial y  $L$  es un operador elíptico. El problema (22) se ha planteado en régimen armónico debido al carácter sinusoidal respecto del tiempo de los potenciales eléctrico y magnético, y a su gran utilidad para llevar a cabo simulaciones numéricas. Es más, la novedad de este trabajo reside en la no homogeneidad de la ecuación de  $\varphi$ , donde se ha tenido en cuenta el término de divergencia, con  $\lambda \in [0, 1 - \frac{1}{\omega})$ .

Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto MTM2010-16401 del Ministerio de Economía y Competitividad/FEDER, y la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía, a través del grupo FQM-315.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

### Referencias

- [1] D. Hömberg. *A mathematical model for induction hardening including mechanical effects*. *Nonlinear Anal. RWA* 5 (2004) 55–90.
- [2] M. T. González Montesinos, F. Ortega Gallego. *Analysis of a nonuniformly elliptic and nonlinear coupled parabolic-elliptic system arising in steel hardening*. *Int. J. Comput. Math.*, (2013) (electronic version).

## Dominios finos con frontera oscilante

MANUEL VILLANUEVA PESQUEIRA, JOSÉ M. ARRIETA

Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Matemáticas Universidad  
Complutense de Madrid, 28040 Madrid

manuelvillanueva@mat.ucm.es, arrieta@mat.ucm.es

### Resumen

En esta comunicación estudiaremos el comportamiento asintótico de las soluciones de la ecuación de Laplace con condiciones de frontera Neumann en un dominio fino que presenta un comportamiento muy oscilante en la frontera. Consideraremos dominios finos con la siguiente estructura general:

$$R^\epsilon = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \in (0, 1), -\epsilon h(x_1, x_1/\epsilon^\alpha) < x_2 < \epsilon g(x_1, x_1/\epsilon^\beta) \right\},$$

donde  $\beta, \alpha > 0$  y  $g, h : (0, 1) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  son funciones  $C^1$  positivas y periódicas en la segunda variable.

Por tanto, obtendremos el problema límite homogeneizado cuando  $\epsilon \rightarrow 0$  en dominios finos no necesariamente periódicos. Por ejemplo, consideraremos dominios finos con oscilaciones en la frontera superior e inferior o dominios donde la amplitud y frecuencia de las oscilaciones no son constantes. También explicaremos como la geometría del dominio influye en el problema límite.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

### Referencias

- [1] J. M. Arrieta, Manuel Villanueva-Pesqueira; *Thin domains with doubly oscillatory boundary*, preprint.

## Distancia de atractores en dominios finos

ESPERANZA SANTAMARÍA, JOSÉ M ARRIETA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid

esperanza.sm@mat.ucm.es, arrieta@mat.ucm.es

### Resumen

Consideramos una ecuación de reacción-difusión en un dominio fino  $Q_\varepsilon = \{(x, \varepsilon \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^d : (x, \mathbf{y}) \in Q\}$ ,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , obtenido tras comprimir por un factor  $\varepsilon$  el dominio fijo  $Q = \{(x, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^d : 0 \leq x \leq 1, \mathbf{y} \in \Gamma_1^x\}$  en las  $n - 1$  direcciones dadas por la variable  $\mathbf{y}$ , con  $\Gamma_1^x$  difeomorfo a la bola unidad en  $\mathbb{R}^{d-1}$ . Cuando  $\varepsilon$  tiende a cero, el problema límite viene dado en el segmento  $\{0 \leq x \leq 1\}$ . Nuestro objetivo es estudiar la tasa de convergencia de la familia de atractores  $\{\mathcal{A}_\varepsilon\}_{0 < \varepsilon \leq 1}$  cuando  $\varepsilon$  tiende a 0. Para ello utilizamos técnicas de variedades inerciales que nos reduce el problema a dimensión finita. Probamos su existencia y obtenemos una buena estimación de la distancia de estas variedades. Con estas herramientas y aplicando conceptos de la teoría de “Shadowing”, conseguimos una estimación para la distancia de los atractores del orden de la distancia de las aplicaciones a tiempo uno de los sistemas generados. Más concretamente, obtenemos

$$\text{dist}_H(\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_\varepsilon) \leq C\varepsilon |\log(\varepsilon)|,$$

con  $C$  una constante independiente de  $\varepsilon$ .

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

### Referencias

- [1] José M Arrieta, Esperanza Santamaría, *Estimates on the Distance of Inertial Manifolds*. Submitted, 2013.
- [2] José M Arrieta, Esperanza Santamaría, *Distance of Attractors for Thin Domains*. In preparation.
- [3] J. K. Hale, G. Raugel, *Reaction-Diffusion Equation on Thin Domains*. J. Math. Pures et Appl., (1992), Vol. 71, pp. 33-95.

## Sobre un modelo de cubierta vegetal

L. TELLO, M.L. VILAR

Dept. Matemática Aplicada, ETS Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid

l.tello@upm.es, marialvilar@hotmail.com

### Resumen

En este trabajo se estudia un problema de tipo parabólico que surge a partir de un balance energético para edificios con cubierta vegetal. Las cubiertas vegetales en edificios se usan desde la Antigüedad y tienen como objetivo mejorar la eficiencia energética del edificio.

El modelo de cubierta vegetal para edificios (green roof) estudiado distingue tres capas: vegetal, tierra y soporte.

Comenzando con el tratamiento matemático del modelo de tipo parabólico, probamos la existencia y unicidad de solución.

**Sección temática en el CEDYA 2013: EDP**

---

### Referencias

- [1] D.J. Sailor, *A green roof model for building energy simulation programs*, Energy and Buildings 40 (2008) 1466-1478.
- [2] I. I. Vrabie, *Compactness methods for nonlinear evolutions*, Pitman Longman. London. 1987.



# Exponential stability of the magneto-micropolar fluids

L. FRIZ, M. ROJAS-MEDAR

Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío  
lfriz@ubiobio.cl, marko@ueubiobio.cl

P. BRAZ E SILVA

Dpto. de Ciencias Matemáticas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil  
pablo@dmat.ufpe.br

## Resumen

The objective of the present work is to study the exponential stability of strong solutions of the evolution equations for the motion of incompressible micropolar (asymmetric) fluids in a bounded  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  having a compact  $C^2$ -boundary. The system we will study is the following:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_t + (\mu + \chi)A\mathbf{u} + P(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \chi \text{rot } \mathbf{w} + P\mathbf{f} + rP(\mathbf{h} \cdot \nabla\mathbf{h}), \\ j\mathbf{w}_t + \mathcal{L}\mathbf{w} + j(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{w} + 2\chi\mathbf{w} = \chi \text{rot } \mathbf{u} + \mathbf{g}, \\ \mathbf{h}_t + \nu A\mathbf{h} + P(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{h} - P(\mathbf{h} \cdot \nabla)\mathbf{u} = 0, \\ \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0, \\ \mathbf{w}(0) = \mathbf{w}_0, \\ \mathbf{h}(0) = \mathbf{h}_0 \end{cases} \quad (23)$$

where  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{h}$  represents the velocity, the angular velocity of rotation of particles the magnetic field and the pressure of the fluid. The vector-valued functions  $\mathbf{f}$  and  $\mathbf{g}$  denote respectively the external sources of linear and angular momentum. The constants  $\mu$ ,  $\chi$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ ,  $j$  and  $\nu$  are positive. The stationary problem associated:

$$\begin{cases} (\mu + \chi)A\mathbf{v} + P(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \chi \text{rot } \mathbf{z} + P\mathbf{f} + rP(\mathbf{b} \cdot \nabla\mathbf{b}), \\ \mathcal{L}\mathbf{z} + j(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{z} + 2\chi\mathbf{z} = \chi \text{rot } \mathbf{v} + \mathbf{g}, \\ \nu A\mathbf{b} + P(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{b} - P(\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{v} = 0, \end{cases} \quad (24)$$

In this work, we prove that there exist constants  $C > 0$  and  $M > 0$  such that  $\|\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}\|^2 + \|\mathbf{w}(t) - \mathbf{z}\|^2 + \|\mathbf{h}(t) - \mathbf{b}\|^2 \leq C(\|\mathbf{u}_0 - \mathbf{v}\|^2 + \|\mathbf{w}_0 - \mathbf{z}\|^2 + \|\mathbf{h}_0 - \mathbf{b}\|^2)e^{-Mt}$

**Acknowledgements:** This work was partially supported by Fondecyt-Chile Grants 1130456 and 1120260, DGI-MEC (Spain) Grant MTM2012-32325 and GI/C-UBB 121909.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] C. Qu, P. Wang,  *$L^p$  exponential stability for the equilibrium solutions of the Navier-Stokes equations*, J. Math. Anal. Appl. 190, (1995), 419-427.
- [2] C. Zhao, K. Li, *On existence, uniqueness and  $L^r$ -exponential stability for stationary solutions to the MHD equations in three-dimensional domains*, ANZIAMJ. 46, (2004), 95-109.

# Existencia de atractores pullback para un modelo de Navier–Stokes–Voigt en $\mathbb{R}^3$

JULIA GARCÍA-LUENGO, PEDRO MARÍN-RUBIO, JOSÉ REAL  
 Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla  
 luengo@us.es, pmr@us.es, jreal@us.es

## Resumen

El modelo de Navier–Stokes–Voigt para fluidos viscoelásticos e incompresibles fue introducido por Oskolkov en [4] para describir de manera aproximada un fluido del tipo Kelvin–Voigt.

En esta comunicación analizamos el comportamiento asintótico de las soluciones del siguiente problema no autónomo para las ecuaciones de Navier–Stokes–Voigt,

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (u - \alpha^2 \Delta u) - \nu \Delta u + (u \cdot \nabla)u + \nabla p = f(t) & \text{en } \Omega \times (\tau, \infty), \\ \operatorname{div} u = 0 & \text{en } \Omega \times (\tau, \infty), \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega \times (\tau, \infty), \\ u(x, \tau) = u^\tau(x), & x \in \Omega, \end{cases}$$

donde  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  es un dominio acotado. Más concretamente, presentamos varios resultados sobre la existencia de atractores pullback minimales para el proceso evolutivo asociado a nuestro problema, cuando el dato inicial  $u^\tau$  pertenece a los espacios de fase  $H^1$  y  $D(A)$ . Dicho estudio se lleva a cabo para dos tipos distintos de universos: el de los conjuntos acotados fijos y otro formado por familias parametrizadas en tiempo y definido en términos de una condición temperada. Cabe destacar que, debido a que este modelo no posee efecto regularizante (al contrario que en las ecuaciones de Navier–Stokes bidimensionales), para probar la compacidad asintótica del correspondiente proceso, hacemos uso de un método de energía desarrollado por Rosa en [5]. Por último, también establecemos algunas relaciones existentes entre dichos atractores.

**Sección temática en el CEDYA 2013: EDP**

---

## Referencias

- [1] Y. Cao, E. M. Lunasin, and E. S. Titi, Global well-posedness of the three-dimensional viscous and inviscid simplified Bardina turbulence models, *Commun. Math. Sci.* **4** (2006), 823–848.
- [2] J. García-Luengo, P. Marín-Rubio, and J. Real, Pullback attractors for three-dimensional non-autonomous Navier–Stokes–Voigt equations, *Nonlinearity* **25** (2012), 905–930.
- [3] V. K. Kalantarov and E. S. Titi, Global attractors and determining modes for the 3D Navier–Stokes–Voigt equations, *Chin. Ann. Math. Ser. B* **30** (2009), 697–714.
- [4] A. P. Oskolkov, The uniqueness and solvability in the large of boundary value problems for the equations of motion of aqueous solutions of polymers, *Zap. Nauch. Sem. Leningrad. Otdel. Mat. Inst. Steklov. (LOMI)* **38** (1973), 98–136.
- [5] R. Rosa, The global attractor for the 2D Navier–Stokes flow on some unbounded domains, *Nonlinear Anal.* **32** (1998), 71–85.

# Sobre la existencia y unicidad de un problema elíptico asociado al equilibrio de una membrana

G. VIGLIALORO, Á. GONZÁLEZ

Departamento de Matemáticas, Universidad de Cádiz  
giuseppe.viglialoro@uca.es, alvaro.gonzalezarza@alum.uca.es

J. MURCIA

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, CSIC  
murcia@ietcc.csic.es

## Resumen

Este trabajo<sup>1</sup> presenta el problema del equilibrio de una membrana a tracción con borde rígido y cable. La membrana es representada por una superficie regular  $z(x, y)$ , definida en un dominio acotado  $D \subset \mathbb{R}^2$ ; más exactamente,  $\Gamma^r$  representa el borde rígido y  $\Gamma^c$  el borde cable ( $\partial D = \Gamma^r \cup \Gamma^c$ ). El equilibrio se escribe directamente por medio de un problema de contorno de segundo orden, en términos de la forma de la membrana y de su tensor (positivo) de esfuerzos  $\sigma(x, y)$ . El equilibrio membrana-cable conlleva a una condición de frontera singular que hace el problema más difícil.

Precisamente, si  $H$  representa la matriz Hessiana de  $z$  y  $t$  define el vector unitario tangente a  $\Gamma^c$ , hay que hallar  $z$  de manera que

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma \cdot \nabla z) = 0 \text{ en } D, \\ z = g \text{ sobre } \Gamma^r, \\ t \cdot (H \cdot t) = 0 \text{ sobre } \Gamma^c, \end{cases} \quad (25)$$

siendo  $\sigma$  y  $g$  dos funciones dadas en  $D$  y sobre  $\Gamma^r$  respectivamente.

En cuanto al análisis de este problema, es posible demostrar la unicidad de su solución utilizando los principios del máximo. En paralelo, y por lo que a la existencia se refiere, puede comprobarse que ésta está asociada a la búsqueda de un punto fijo de un oportuno operador. Tras su definición, los autores persiguen investigar bajo cuáles condiciones específicas sobre los datos del problema el mismo operador admite un punto fijo.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] L. Gilbarg and N. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Springer (1998).
- [2] G. Viglialoro and J. Murcia, *A singular elliptic problem related to the membrane equilibrium equations*. Int J Comput Math, to appear.
- [3] G. Viglialoro and J. Murcia, *Equilibrium problems in membrane structures with rigid and cable boundaries*. Inf Constr, **63**-524, pp. 49-57 (2011).

---

<sup>1</sup>Los autores desean agradecer la financiación recibida por el Proyecto MTM2010-16401 del Ministerio de Economía y Competitividad/FEDER del Gobierno de España, la Consejería de Economía, Innovación, Ciencia y Empleo de la Junta de Andalucía y el grupo de investigación FQM315 de la Universidad de Cádiz.

# Multiplicidad de soluciones en un problema de reacción y difusión

JOSÉ C. SABINA DE LIS, JORGE GARCÍA MELIÁN

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna

josabina@ull.es, jjgarmel@ull.es

JULIO D. ROSSI

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Alicante

julio.rossi@ua.es

## Resumen

Consideraremos el problema:

$$\begin{cases} \Delta_p u = a(x)|u|^{q-2}u, & x \in \Omega, \\ |\nabla u|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial \nu} = \lambda |u|^{p-2}u, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

donde  $\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u)$  es el operador p-Laplaciano,  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  es un dominio acotado suficientemente regular,  $\nu$  es el campo unitario normal exterior en  $\partial\Omega$  y  $\lambda > 0$  se observa como un parámetro de bifurcación. Se supone que  $a(x)$  es un peso continuo y no negativo.

Lo estudiaremos en dos escenarios. En el primero  $p = 2$  y la difusión es lineal. En el caso  $q > 2$  (régimen superlineal) describiremos la existencia de  $n$  soluciones no triviales para *todo*  $\lambda > \lambda_n$ , donde  $\lambda_n$  es el  $n$ -ésimo autovalor Steklov. Por otra parte, estableceremos que cada  $\lambda_n$  es valor de bifurcación de al menos dos soluciones no triviales del problema. Se describirán resultados similares para el régimen sublineal  $1 < q < 2$ , mostrándose en este caso la existencia de bifurcación desde el infinito en todos los autovalores Steklov de multiplicidad impar. En el segundo escenario, el de difusión no lineal  $p \neq 2$ , los resultados son más restrictivos y discutiremos qué propiedades del caso lineal sobreviven en el marco del operador p-Laplaciano. Por otra parte, analizaremos en detalle los efectos de la heterogeneidad espacial, representada por la presencia del coeficiente  $a(x)$ .

Los resultados extienden algunos aspectos de los trabajos [1, 2] a soluciones con dos signos.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP)

---

## Referencias

- [1] J. García-Melián, J. D. Rossi, J. Sabina de Lis. *A bifurcation problem governed by the boundary condition. I.* NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. **14** (2007), 499–525.
- [2] J. García-Melián, J. D. Rossi, J. Sabina de Lis. *A bifurcation problem governed by the boundary condition. II.* Proc. Lond. Math. Soc. **94** (2007), 1–25.

# Un modelo de angiogenesis tumoral con términos de quimiotaxis y haptotaxis

CRISTIAN MORALES RODRIGO

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla

cristianm@us.es

## Resumen

En esta comunicación consideraremos sistema de ecuaciones diferenciales que modelan la angiogenesis tumoral. Dicho sistema se compone de tres ecuaciones diferenciales, dos ecuaciones parabólicas con términos de transporte para las células endoteliales y el TAF (tumor angiogenic factors) y una ecuación ordinaria que describe la evolución de la fibronectina. Estudiaremos la existencia global de soluciones para dicho sistema y daremos condiciones para que el estado homogéneo de dicho sistema sea asintóticamente estable. Además presentaremos algunas simulaciones numéricas unidimensionales que complementarán a los resultados teóricos.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] A.R.A Anderson and M.A.J. Chaplain, Continuous and discrete mathematical models of tumor-induced angiogenesis, *Bull. Math. Biology.* **60** (1998), 857–899.
- [2] N. V. Mantzaris, S. Webb and H.G. Othmer, Mathematical modeling of tumor-induced angiogenesis, *J. Math. Biol.*, **49**, (2004) 111–187.
- [3] C. Morales-Rodrigo and J.I. Tello, Global existence and asymptotic behavior of a Tumor Angiogenesis Model with Chemotaxis and Haptotaxis, por aparecer en *Math. Models Methods Appl. Sci.*

# On the free-boundary for an elliptic inverse nonlocal problem arising in nuclear fusion. A numerical approach

J.F. PADIAL

Depto. Matemática Aplicada, E.T.S. de Arquitectura,  
Universidad Politécnica de Madrid

jf.padial@upm.es

## Resumen

We consider a mathematical model related to the stationary regime of a plasma magnetically confined in a Stellarator device in the nuclear fusion. The mathematical problem may be reduced to the following inverse nonlocal two dimensional free-boundary problem [2]: to find a weak solution  $u$  of the

$$(\mathcal{P}_*) \begin{cases} -\Delta u(x) = a(x) G_u(u(x)) + H(u(x), b_{*u}) + J(u(x)) & \text{in } \Omega, \\ u(x) - \gamma \in H_0^1(\Omega) & \text{on } x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (26)$$

where the functions  $G_u$ ,  $H$  and  $J$  are, in particular, depending of the space, the solution and of its rearrangement. The problem is a inverse type, due to fact that the nonlinear term associated to  $G_u(\cdot)$  is an unknown which will be determinate by the unknown function  $u$ .

Our main goal is to determinate the existence and the estimate on the location and size of region where the solution is nonnegative almost everywhere, from functional and numerical analysis [3, 4, 1] point of view.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] J.I. Díaz, P. Galán del Sastre and J.F. Padial, *On a Mathematical Model Arising in MHD Perturbed Equilibrium for Stellarator Devices: A numerical Approach*. Proceedings of The 2012 International Conference on High Performance Computing and Simulation (HPCS 2012), ISBN: 978-1-4673-2362-8; pp. 628–634.
- [2] J.I. Díaz, J.F. Padial and J.M. Rakotoson, *Mathematical treatment of the magnetic confinement in a current-carrying Stellarator*. *Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications* **34** (1998), pp. 857–887.
- [3] M. B. Lerena, *On the existence of the free-boundary for problems arising in plasma physics*. *Nonlinear Analysis* **55** (2003), 419–439.
- [4] J.F. Padial, *On the existence and location of the free-boundary for an equilibrium problem in nuclear fusion*. *Modern Mathematical Tools and Techniques in Capturing Complexity*. Leandro Pardo, Narayanaswamy Balakrishnan and María Ángeles Gil, Editors. Springer 2011, ISBN 978-3-642-20853-9; pp. 215 - 227).

# Quasilinear elliptic operators with quadratic gradient terms and related Gelfand type problems

JOSÉ CARMONA TAPIA

Departamento de Matemáticas, Universidad de Almería

`jcarmona@ual.es`

DAVID ARCOYA ÁLVAREZ

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada

`darcoya@ugr.es`

PEDRO J. MARTÍNEZ APARICIO

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena

`pedroj.martinez@upct.es`

## Abstract

We review some recent results concerning with the existence of positive solutions of the following problem

$$\begin{cases} -\Delta u + H(x, u, \nabla u) = \lambda f(u) & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (P_\lambda)$$

where  $f$  is a continuous nonnegative function in  $[0, +\infty)$  with  $f(0) > 0$  and  $H$  is a Carathéodory function defined on  $\Omega \times [0, +\infty) \times \mathbb{R}^N$ . Specifically, in [1] we show how  $(P_\lambda)$  provides a general framework to study Gelfand type problems. We give sufficient conditions to prove, as in [3], that there exists  $\lambda^* > 0$  such that problem  $(P_\lambda)$  has a minimal solution  $u_\lambda$  provided that  $0 \leq \lambda < \lambda^*$  and no solution if  $\lambda > \lambda^*$ . We pay special interest in the extension of the classical stability condition as well as a general comparison principle. The radial case for  $H(x, u, \nabla u) = |\nabla u|^2/(1+u)$  and  $f(u) = (1+u)^2$  is studied in [2].

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] D. Arcoya, J. Carmona, P. J. Martínez-Aparicio, *Gelfand type quasilinear elliptic problems with quadratic gradient terms*. Ann. Inst. H. Poincaré (C) Non Linear Anal. doi: 10.1016/j.anihpc.2013.03.002
- [2] D. Arcoya, J. Carmona, P. J. Martínez-Aparicio, *Radial solutions for a Gelfand type quasilinear elliptic problem with quadratic gradient terms*. Contemp. Math., to appear.
- [3] M. Crandall, P. H. Rabinowitz, *Some continuation and variational methods for positive solutions of nonlinear elliptic eigenvalue problems*, Arch. Rational Mech. Anal. 58 (1975) no. 3, 207–218.

# Existence of solution of an elliptic and parabolic problem with some potential involved

SUSANA MERCHÁN, LUIGI MONTORO, IRENEO PERAL

Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid

susana.merchan@uam.es

## Abstract

The existence of the solution of some kind of elliptic problems sometimes depends on the position of the pole in the domain.

We are going to consider two possible scenarios; 0 at the boundary of the domain and 0 inside the domain.

The idea is to find a solution of this kind of problem

$$\begin{cases} -\Delta u = \frac{u^p}{|x|^2} & \text{in } \Omega, \\ u = 0, & \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$$

without any restriction on the shape of the domain.

This result can be generalized for the p-Laplacian operator and also in the parabolic case.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] S. Merchán, I. Peral, *Remarks on the solvability of an elliptic equation with a supercritical term involving the Hardy-Leray potential*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 394 (2012). no. 1, 347-359.
- [2] S. Merchán, L. Montoro, *Remarks on the existence of solutions to some quasilinear elliptic problems involving the Hardy-Leray potential*. Annali di Matematica Pura ed Applicata.



## Fenómenos de localización en una ecuación logística degenerada.

ROSA PARDO<sup>1</sup>, JOSÉ M. ARRIETA<sup>1</sup>, ANIBAL RODRÍGUEZ-BERNAL<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid

<sup>2</sup> Instituto de Ciencias Matemáticas CSIC-UAM-UC3M-UCM

rpardo@mat.ucm.es, arrieta@mat.ucm.es, arober@mat.ucm.es

### Resumen

Consideremos el siguiente problema elíptico

$$\begin{cases} u_t - \Delta u = \lambda u - n(x)u^\rho & \text{in } \Omega, t > 0 \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, t > 0 \\ u(0) = u_0 \geq 0 \end{cases} \quad (27)$$

en un dominio acotado  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ ,  $N \geq 1$ , donde  $n(x) \geq 0$  en  $\Omega$ , es una función tipo Hölder,  $\rho > 1$ , y  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Entre 1798 y 1826 Malthus publicó el famoso “An Essay on the Principle of Populación”, en el que la tasa de crecimiento de una población es proporcional a la población existente. Verhulst criticó este modelo y propuso el modelo logístico. En la región en la que  $n(x) = 0$ , la tasa de crecimiento para nuestro modelo es Malthusiana, un crecimiento exponencial, y se puede esperar que no esté acotado. En la región en la que  $n(x) > n_0 > 0$  es un crecimiento logístico, y sería esperable que esté acotado. La pregunta es qué tipo de comportamiento se puede esperar. Se conoce la respuesta cuando el interior del conjunto en el que  $n(x) = 0$  es un conjunto abierto de frontera regular.

Pero si  $n(x)$  es una función tipo Hölder, la región  $n(x) = 0$  es un compacto, que puede tener interior vacío. Queremos analizar no-linealidades que se anulen en conjuntos compactos, cuya frontera puede ser no-regular, y cuyo interior puede ser vacío, y estudiar posibles relaciones entre  $n(x)$  y la dimension de la región en la que  $n(x) = 0$ .

Este tipo de no-linealidad tiene aplicaciones en la ecuación de Schrodinger no-lineal y en el estudio de los condensados de Bose - Einstein. En este caso, este fenómeno explica el hecho de que el *ground state* presente una fuerte localización en la región espacial en la que  $n(x) = 0$ , [1].

**Agradecimientos:** Financiación del Proyecto MTM2012-31298.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

### Referencias

- [1] V. M. Pérez-García and R. Pardo. Localization phenomena in nonlinear Schrödinger equations with spatially inhomogeneous nonlinearities: theory and applications to Bose-Einstein condensates. *Phys. D*, 238(15):1352–1361, 2009.

# Existence and nonexistence results for elliptic problems with singular quadratic gradient terms

JOSÉ CARMONA

Departamento de Matemáticas  
Universidad de Almería  
jcarmona@ual.es

PEDRO J. MARTÍNEZ-APARICIO

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística  
Universidad Politécnica de Cartagena  
pedroj.martinez@upct.es

ANTONIO SUÁREZ

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico  
Universidad de Sevilla  
suarez@us.es

## Abstract

We consider nonlinear elliptic boundary value problems with a singular lower order term and quadratic growth in the gradient whose model is

$$\begin{cases} -\Delta u + k \frac{|\nabla u|^2}{u^\gamma} = \lambda u^q - \mu u^p & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$$

where  $\Omega$  is smooth bounded domain of  $\mathbb{R}^N$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $\gamma, q, p, k > 0$ ,  $\mu = 0, 1$  and  $q < p$ . In the case  $\mu = 0$  and  $\gamma < 1$  similar problems were studied in [1] and [3] with a non negative and non identically zero data, in some Lebesgue space, added in the right hand side of the equation. A slightly generalization of the comparison principle in [2] allow us to use the sub-super-solution method to prove the our results for the existence of positive solution depending on the relation between the parameters  $\gamma$  and  $q$ . Results concerning with the uniqueness of positive solution are also proved using [2]. Moreover, we give sufficient conditions on  $\gamma, q$  in order to prove nonexistence of positive solution depending on  $\lambda$ .

**CEDYA 2013: EDP**

---

## Referencias

- [1] D. Arcoya, J. Carmona, P. J. Martínez-Aparicio, *Bifurcation for quasilinear elliptic singular BVP*, Comm. Partial Differential Equations **36** (2011), no. 4, 670-692.
- [2] D. Arcoya and S. Segura de León, *Uniqueness of solutions for some elliptic equations with a quadratic gradient term*, ESAIM Control Optim. Calc. Var. **16** (2010), no. 2, 327-336.
- [3] L. Boccardo, L. Orsina, M. A. Porzio, *Existence results for quasilinear elliptic and parabolic problems with quadratic gradient terms and sources*, Adv. Calc. Var., **4** (2011), no. 4, 397-419.

# Blow up para ecuaciones no lineales de tipo hiperbólico con varias variables temporales.

E. CUESTA

Departamento de Matemática Aplicada, E.T.S.I. de Telecomunicaciones,  
Universidad de Valladolid, Paseo Belén 15, 47011 Valladolid, España

eduardo@mat.uva.es

M. KIRANE

Laboratoire de Mathématiques, Image et Applications Pôle Sciences et  
Technologies Université de La Rochelle Avenue Crépeaux 17042, La Rochelle,  
France

mokhtar.kirane@univ-lr.fr

## Resumen

Las ecuaciones no lineales de tipo hiperbólico con varias variables temporales se están mostrando recientemente de gran interés en varias áreas como son por ejemplo la cosmología o la teoría de la señal [1, 2]. Dentro de este contexto el prototipo de ecuaciones sobre el que realizamos el estudio se formula de la siguiente forma (con dos variables temporales únicamente)

$$\begin{cases} \partial_{t_1}^2 u + \partial_{t_2}^2 u - \Delta u = |u|^p, & \text{en } \Omega_T, \\ u(t_1, 0; \mathbf{x}) = u_{10}(t_1; \mathbf{x}), \quad \partial_{t_2} u(t_1, 0; \mathbf{x}) = w_{10}(t_1; \mathbf{x}), & (t_1; \mathbf{x}) \in \Omega_T^0, \\ u(0, t_2; \mathbf{x}) = u_{02}(t_2; \mathbf{x}), \quad \partial_{t_1} u(0, t_2; \mathbf{x}) = w_{02}(t_2; \mathbf{x}), & (t_2; \mathbf{x}) \in \Omega_T^0, \end{cases} \quad (28)$$

donde  $u := u(t_1, t_2; \mathbf{x})$ ,  $u : \Omega_T \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\Omega_T = [0, T] \times [0, T] \times \mathbb{R}^N$ ,  $\Omega_T^0 = [0, T] \times \mathbb{R}^N$ ,  $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$ ;  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p > 1$ ;  $\partial_s^m$  representa la derivada parcial  $m$ -ésima en la variable  $s$ ; y  $\Delta$  representa el Laplaciano  $N$ -dimensional con respecto a las variables espaciales  $\mathbf{x}$ .

Se formularán condiciones para la no existencia global de soluciones (blow up) que típicamente dependerán del índice  $p$ .

## Sección en el CEDYA 2013: EDP

---

## Referencias

- [1] Bars I., *Survey of two-time physics*, Class. Quant. Grav., 18, 3113-3130, (2001).
- [2] Barashenkov V. S., *Propagation of signals in space with multi-dimensional time*, JINR, E2-96-112, Dubna (1996).

# Existencia, unicidad y comportamiento asintótico de las soluciones de una ecuación de difusión no clásica con retardo

A. M. MÁRQUEZ-DURÁN

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica,  
Universidad Pablo de Olavide  
ammardur@upo.es

T. CARABALLO

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad  
de Sevilla  
caraball@us.es

## Resumen

En este trabajo consideramos el siguiente problema de difusión no clásico y no autónomo:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta(\frac{\partial u}{\partial t}) - \Delta u = g(t, u_t) & \text{en } (\tau, +\infty) \times \Omega, \\ u = 0 & \text{en } (\tau, +\infty) \times \Gamma, \\ u(t, x) = \phi(t - \tau, x), & t \in [\tau - h, \tau], x \in \Omega, \end{cases} \quad (29)$$

donde  $\Omega$  es un abierto acotado de  $\mathbb{R}^n$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$  es el tiempo inicial,  $g$  es una fuerza externa dependiente de  $t$  y  $u_t$ , donde para cada  $t \geq \tau$ , denotamos por  $u_t$  la función definida en  $[-h, 0]$  por la relación  $u_t(s) = u(t + s)$ ,  $s \in [-h, 0]$ , con  $h > 0$  un tiempo de retardo fijado y  $\phi$  es una función definida en  $[-h, 0] \times \Omega$ .

Este tipo de ecuaciones parabólicas no clásicas son usadas frecuentemente para modelizar fenómenos físicos, tales como flujos no-Newtonianos, conducción del calor, etc (véanse, por ejemplo, [1, 2, 3] para más detalles). En este trabajo estamos interesados en el caso en el que en el término fuerza aparecen algunos tipos de retardos. Para ser más precisos, nos interesamos por el caso en el que un tipo general de retardo acotado y medible es considerado en la ecuación. Ésta es una importante variante del caso sin retardo pues existen multitud de situaciones en las que la evolución del modelo está determinada no sólo por el estado presente del problema sino por su pasado.

En el trabajo demostramos existencia y unicidad de soluciones usando las aproximaciones de Galerkin y el método de la energía, y la existencia y eventual unicidad de soluciones estacionarias, así como su estabilidad exponencial.

## Sección temática en el CEDYA 2013: EDP

### Referencias

- [1] C.T. Anh and T.Q. Bao, *Pullback attractors for a class of non-autonomous nonclassical diffusion equations*, *Nonlinear Analysis*, 73 (2010), 399-412.
- [2] C. Sun and M. Yang, *Dynamics of the nonclassical diffusion equations*, *Asymptotic Analysis*, 59 (2008), 51-81.
- [3] C. Sun, S. Wang and C. Zhong, *Global attractors for a nonclassical diffusion equation*, *Acta Math. Appl. Sin. Engl. Ser.*, 23 (2007), 1271-1280.

# Sobolev estimates for an interpolation operator on the sphere with an application to numerical computation of a class of highly oscillatory integrals

V. DOMÍNGUEZ

Dep. de Ingeniería Matemática e Informática, Universidad Pública de Navarra,  
Spain

victor.dominguez@unavarra.es

M. GANESH

Dep. of Applied Mathematics & Statistics, Colorado School of mines, USA.

mganesh@mines.edu

## Abstract

We study interpolatory approximations, originally introduced in [1], for spherical functions onto a class of finite dimensional functions  $X_N$ , which includes the spherical harmonics (up to degree  $N$ ). We show how these interpolants can be efficiently constructed and evaluated using FFT techniques.

Convergence estimates of these interpolants are derived in Sobolev norms which result to be of the same order as the best approximation in the discrete spaces. The analysis is based on writing the Sobolev spaces as an orthogonal sum of 1-dimensional Sobolev-like spaces cf. [2] (roughly speaking, in the elevation variable), one space for each Fourier mode (in the azimuthal variable). The error of the interpolant is then expressed as a sum of 1-dimensional trigonometric interpolants in the central Fourier modes plus the error arising when ignoring the tail of the Fourier series.

We next show how these results can be applied to design efficient quadrature rules for a class of highly oscillatory integrals and derive convergence estimates in terms of the number of nodes of the rule and of the strength of the oscillations. These rules can be efficiently and accurately implemented, and the numerical approximation of the integral is robust: not only is not polluted as the oscillations become stronger but both the absolute and relative error even decrease.

**Sección en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] M. Ganesh and H. N. Mhaskar. *Matrix-free interpolation on the sphere*. SIAM J. Numer. Anal., 44, 1314–1331, 2006.
- [2] V. Domínguez and M. Ganesh. *Interpolation and cubature approximations and analysis for a class of wideband integrals on the sphere*. To appear in Adv. Comput. Math.
- [3] V. Domínguez, N. Heuer, and F.J. Sayas. *Hilbert scales and Sobolev spaces defined by associated Legendre functions*. J. Comput. Appl. Math. 235 (2011), 3481?3501.

# Análisis numérico de flujos turbulentos 2D y 3D en lubricación hidrodinámica de cojinetes de empuje

J. DURANY, J. PEREIRA-PÉREZ, F. VARAS

Dep. de Matemática Aplicada II, Universidad de Vigo. 36310-Vigo (Spain)

{durany, pereira}@dma.uvigo.es, fvaras@uvigo.es

## Resumen

En un trabajo previo [2], los autores han tratado de analizar las condiciones de operación de cojinetes radiales y axiales lubricados con agua marina, que soportan máquinas rotativas de propulsión de buques. La dificultad adicional que comporta la pequeña viscosidad del fluido lubricante origina números de Reynolds muy grandes ( $10^3 < Re < 10^5$ ), que conducen a influencias de las fuerzas inerciales y a la aparición de la turbulencia (ver [3] y sus referencias).

En el caso de flujo turbulento, la viscosidad es variable en la sección y el perfil de velocidad es difícil de determinar. Para ello, existen modelos que van desde los puramente analíticos hasta los empíricos. Uno de los más utilizados es el modelo semi-empírico llamado de Constantinescu (ver [1]), que no considera una transición suave entre la capa límite laminar, adyacente a las paredes del conducto, y la zona central plenamente turbulenta. El modelo permite relacionar los coeficientes de viscosidad en la ecuación hidrodinámica con el número de Reynolds en la sección. En la zona laminar se considera la viscosidad constante, mientras que en la zona turbulenta varía proporcionalmente al cuadrado de la distancia a la pared y al gradiente de velocidad relativa a la misma. Los coeficientes de viscosidad así obtenidos para la ecuación de lubricación de Reynolds se corrigen posteriormente a partir de resultados experimentales.

Lo que se pretende ahora es analizar numéricamente este modelo turbulento 2D en problemas de lubricación de un cojinete de empuje con patines. Se trata de verificar los resultados numéricos con los que proporciona la resolución de las ecuaciones 3D de Navier-Stokes con un modelo LES (Large Eddy Simulation) para la turbulencia. En concreto, el conocido modelo de Smagorinsky con un filtrado tipo Van Driest. El tratamiento de las pequeñas escalas conduce a la utilización de mallas extraordinariamente finas (más de trece millones de volúmenes finitos, en este caso), pero proporciona resultados muy fiables. Las simulaciones numéricas 3D se realizan utilizando el código abierto OpenFoam.

**Sección en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] V.N. Constantinescu, S. Galetuse. *Operating characteristics of journal bearings in turbulent inertial flow*. J. Lubrication Tech., 104 (1982), 173-179.
- [2] J. Durany, J. Pereira-Pérez, F. Varas. *Some aspects of lubrication in heavy regimes: thermal effects, stability and turbulence*. Math. Comp. Sim., (Aparecerá, 2013).
- [3] J. Frene, M. Arghir, V. Constantinescu. *Combined thin film and Navier-Stokes analysis in high Reynolds number lubrication*. Tribol. Int., 39 (2006), 734-747.

# The effects of charge and electric fields on viscous rotating drops

V. J. GARCÍA GARRIDO, M. A. FONTELOS

Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC - UAM - UC3M - UCM), C/Nicolás Cabrera 13-15, 28049, Madrid, Spain.

victor.garcia@icmat.es , marco.fontelos@icmat.es

U. KINDELÁN

Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos, Universidad Politécnica de Madrid, C/Alenza 4, 28003, Madrid, Spain.

ultano.kindelan@upm.es

## Resumen

In many industrial applications such as field-induced droplet ionization [1], the development of Taylor cones in charged or neutral droplets subject to external electric fields is used to create a jet of micro-droplets that is emitted from the cone tips. Regarding rotating droplets, the original experiments conducted by J. Plateau in 1843 [2] have been applied to different fields of study ranging from astrophysics [3] to nuclear fission [4] and helped develop tensiometers to measure surface tension between fluids in the laboratory. In this work we will discuss the effects that rotation [5] (at constant angular momentum or constant angular speed) has on viscous and perfectly conducting droplets surrounded by another viscous and insulating fluid when the drop holds an amount of charge on its surface or is subject to a uniform external electric field. This is done by means of the BEM applied to Stokes equations and special attention is paid to stable configurations and the formation of Taylor cone singularities, including droplet breakup.

**Sección en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] R. Grimm, J. Beauchamp, *Dynamics of field-induced droplet ionization: time-resolved studies of distortion, jetting, and progeny formation from charged and neutral methanol droplets exposed to strong electric fields*. Journal of Physical Chemistry B, 109 (2005), 8244-50.
- [2] J. Plateau, *Mémoire sur les phénomènes que présente une masse liquide libre et soustraite à l'action de la pesanteur*. Rev. Univ. Brux., 16 (1843), 1-35.
- [3] S. Chandrasekhar, *The stability of a rotating liquid drop..* Proc. R. Soc. London A, 286 (1965), 1-26.
- [4] N. Bohr, J. Wheeler, *The mechanism of nuclear fission*. Physical Reviews, 56 (1939), 426-450.
- [5] V. J. García-Garrido, M. A. Fontelos, U. Kindelán, *Evolution and breakup of viscous rotating drops*. SIAM J. Appl. Math., Vol. 71, 6 (2011), 1941-1964.

# Numerical solution of coupled wave equations with absorbing boundary conditions and geometric integration

A. M. PORTILLO, I. ALONSO-MALLO

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid

anapor@mat.uva.es, isaias@mac.uva.es

## Resumen

Coupled wave initial value problems are discretized in space using fourth order implicit finite differences. Adding local absorbing boundary conditions, numerical approximations in a bounded domain are obtained. Well posedness is studied for systems with fifth order of absorption for the diagonalizable case and third order of absorption for the non diagonalizable one. When there are two very distinct velocities, a part of the solution is absorbed while another substantial part of the solution is still left inside the computational interval. This leads to longer time computation which supports the simultaneous use of geometric methods and absorbing boundary conditions. Advantages and disadvantages of the use of a symplectic time integrator are displayed by means of some numerical experiments.

**Sección en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] I. Alonso-Mallo, A. M. Portillo, *A proof of the well posedness of the spatially discretized wave equation with fifth order absorbing boundary conditions*, submitted.
- [2] I. Alonso-Mallo, A. M. Portillo, *Geometric integration with absorbing boundary conditions: a case study for the wave equation*, submitted.
- [3] L. Halpern, *Absorbing Boundary Conditions for the Discretization Schemes of the One-Dimensional Wave Equation*, Math. Comput. Volume 38 (1982), 415–429.
- [4] L. Jòdar, D. Goberna, *A matrix D'Alembert formula for coupled wave initial value problems*, Computers Math Applic. 35 (1998), 1–15.
- [5] S. K. Lele, *Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution* J. of Comp. Physics 103, (1992), 16–42.



# Collocation methods for nonlinear homogeneous Volterra-Hammerstein integral equations.

RAFAEL BENÍTEZ

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Extremadura.

rbenitez@unex.es

VICENTE J. BOLÓS

Dpto. de Matemáticas para la Economía y la Empresa, Universidad de Valencia.

vbolos@uv.es

## Abstract

Collocation methods have been widely used in the numerical approximation of the solutions for Volterra integral equations ([1]). In this work we study the existence and uniqueness of collocation solutions of nonlinear homogeneous Volterra-Hammerstein integral equations with a non-Lipschitz nonlinearity  $G$ :

$$y(t) = \int_0^t K(t,s)G(y(s)) ds, \quad t \in I := [0, T].$$

Such equations are beyond the scope of classical theorems of existence, uniqueness and convergence of collocation solutions, since these results rely on the Lipschitz continuity of the nonlinearity, and even for the simplest collocation schemes it is difficult to state whether a collocation equation has a solution or not. We give conditions for the existence and uniqueness of collocation solutions in some particular cases of implicitly linear collocation equations ([2]).

Also, as an illustration of the reliability of collocation methods, we use them in equations whose solutions exhibits a blow-up at a finite time, and present an algorithm for numerically estimating the blow-up time ([3]).

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] H. Brunner, *Collocation Methods for Volterra Integral and Related Functional Differential Equations*, Cambridge University Press, 2004.
- [2] R. Benítez, V. J. Bolós. *Existence and uniqueness of nontrivial collocation solutions of implicitly linear homogeneous Volterra integral equations*. J. Comput. Appl. Math., **235** (2011), no. 12, 3661–3672.
- [3] R. Benítez, V. J. Bolós. *Blow-up collocation solutions of nonlinear homogeneous Volterra integral equations*. arXiv: 1112.4658. (submitted to *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*)

# The wavelet scalogram in the study of time series

VICENTE J. BOLÓS

Departamento de Matemáticas para la Economía y la Empresa, Universidad de Valencia.

vbolos@uv.es

RAFAEL BENÍTEZ

Departamento de Matemáticas, Universidad de Extremadura.

rbenitez@unex.es

## Abstract

Wavelet theory has been proved to be a useful tool in the study of time series [1, 2]. Specifically, the scalogram allows the detection of the most representative scales (or frequencies) of a signal. In this work, we present the scalogram as a tool for studying some aspects of a given signal. Firstly, we introduce a parameter called *scale index* [3], interpreted as a measure of the degree of the signal's non-periodicity. In this way, it can complement the maximal Lyapunov exponent method for determining chaos transitions of a given dynamical system. Secondly, we introduce a method for comparing different scalograms. This can be applied for determining if two time series follow the same patterns.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** SD or AN

---

## Referencias

- [1] B. Donald, P. Walden, A. T. Walden, *Wavelet Methods for Time Series Analysis*, Cambridge University Press, 2000.
- [2] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press London, 1999.
- [3] R. Benítez, V. J. Bolós, M. E. Ramírez. *A wavelet-based tool for studying non-periodicity*. *Comput. Math. Appl.*, **60** (2010), no. 3, 634–641.

# An Uzawa-type smoother for the generalized Stokes equations

F.J. GASPAR, C. RODRIGO

Department of Applied Mathematics & IUMA, University of Zaragoza, Spain

fjgaspar@unizar.es, carmen@unizar.es

Y. NOTAY

Université Libre de Bruxelles, Service de Métrologie Nucléaire, Belgium

ynotay@ulb.ac.be

C.W. OOSTERLEE

CWI, Centrum Wiskunde & Informatica and Delft University of Technology,  
the Netherlands

c.w.oosterlee@cw.nl

## Resumen

The focus of this work is the efficient multigrid solution of the generalized Stokes equations. The state-of-the-art smoother for the Stokes equations includes a Gauss-Seidel-type coupled Vanka smoother [2], in which the primary unknowns, pressure and the velocities in a grid cell are updated simultaneously, in such a way that locally the constraint of divergence-free solutions is maintained. However, for reasons of efficiency, decoupled, i.e., equation-wise, smoothing is often preferred when it could be applied. For this reason, here, we present one such smoother, a segregated Gauss-Seidel smoother of Uzawa-type, which becomes suitable for different discretizations of Stokes equations. In particular finite difference discretizations on staggered and also on collocated grids are considered, as well as stabilized linear finite element methods. We aim to build an algorithmic development chain by connecting theoretical insights of a multigrid smoothing method to a practical multigrid method, whose performance is further confirmed by local Fourier analysis (LFA) quantitative estimates. Leading in this work is however the linear algebra based smoothing theory, which will provide us with optimal relaxation parameters and an estimate for the smoothing factor [1].

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] F.J. Gaspar, Y. Notay, C.W. Oosterlee and C. Rodrigo, *A simple and efficient segregated smoother for the discrete Stokes equations*. submitted
- [2] S.P. Vanka. *Block-implicit multigrid solution of Navier-Stokes equations in primitive variables*. J. Comp. Phys., 65 (1986), 138-158.

# Designing efficient multigrid algorithms for vector problems on triangular grids

F.J. GASPAR, F.J. LISBONA, C. RODRIGO

Department of Applied Mathematics & IUMA, University of Zaragoza, Spain

fjgaspar@unizar.es, lisbona@unizar.es, carmenr@unizar.es

## Resumen

The differential operators divergence, gradient and rotor are often used to formulate mathematical physics problems. To approximate the solution of this type of problems it is convenient to define the corresponding discrete grid operators, which must satisfy the main properties of the continuous operators and also some compatibility relations between them. The methods satisfying these properties are called mimetic methods in the literature. In particular, here we are focused in mimetic finite difference methods. In a recent paper [1], a specially clear approach, called VAGO (Vector Analysis Grid Operators) method, has been proposed on Delaunay triangular grids. For this discretization, it is not necessary to use a concrete coordinate system, what becomes specially interesting when computational irregular grids are considered.

An important issue in solving this type of problems is the efficient solution of the corresponding algebraic system of equations which results after the discretization process, and multigrid methods are generally accepted as the fastest numerical methods for the solution of elliptic partial differential equations. Here we consider an efficient and robust geometric multigrid algorithm to solve problems on triangular grids in a free-matrix version. This is achieved by using an adequate data structure resulting in a very fast solver with very low memory requirements. Some smoothers has been specially designed for the VAGO method. Finally, we consider some test problems to show the goodness of this multigrid method.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] P.N. Vabishchevich. *Finite difference approximation of mathematical physics problems on irregular grids*. Comp. Meth. Appl. Math. 5 (2005) pp. 294–330.

## Cálculo de coeficientes wavelets a partir de medias locales

GERARDO PÉREZ VILLALÓN, ALBERTO PORTAL RUIZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Madrid

gperez@euitt.upm.es, alberto.portal@upm.es

### Resumen

Los coeficientes de una función  $f(t)$  en un sistema wavelet biortogonal, con función de escala dual  $\varphi$ , se calculan mediante la transformada wavelet discreta a partir de los coeficientes a una escala fina  $h = 2^{-j}$ ,

$$c_{j,k} = \frac{1}{\sqrt{h}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \varphi\left(\frac{t}{h} - k\right) dt, \quad k \in Z.$$

En esta comunicación se presentan algunos resultados sobre el cálculo de los coeficientes  $c_{j,k}$  a partir de muestras de la función  $f(t)$  del tipo

$$S_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(h[t + n + \tau]) u(t) dt, \quad n \in Z.$$

donde  $\tau$  es un parámetro de traslación. Si  $u(t) = \delta(t)$  entonces  $S_n = f(h[n + \tau])$  son muestras puntuales. Si  $u(t) = X_{[0,1]}(t)$  entonces  $S_n = \frac{1}{h} \int_{h(n+\tau)}^{h(n+1+\tau)} f(t) dt$  son muestras en celda. En general  $u(t)$  es una función que modeliza el mecanismo de medida.

Se consideran métodos basados en fórmulas del tipo

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) \varphi(t) dt \approx \sum_n \alpha_n \int_{-\infty}^{\infty} g(t) u(t - Bn - \tau) dt,$$

que en el caso de muestras puntuales,  $u(t) = \delta(t)$ , son los más utilizados.  $B$  es un entero positivo. Los pesos  $\alpha_n$  y los parámetros  $\tau$  y  $B$  se determinan a partir de los coeficientes de la ecuación de escala de  $\varphi(t)$  y de los momentos de  $u(t)$ .

El principal resultado es una expresión en frecuencias para el error

$$\| \{c_{j,k} - c_{j,k}^{approx}\}_{k \in Z} \|_{\ell^2}.$$

Se determinan los valores del parámetro de traslación  $\tau$  de forma que existan  $L$  pesos  $\alpha_n$  tales que la correspondiente fórmula sea de orden  $L + 1$ . A partir de la fórmula para el error se obtienen estimaciones asintóticas, que permiten escoger entre estos valores de  $\tau$  el más apropiado, así como el mejor valor para el parámetro  $B$ .

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

### Referencias

- [1] G. Pérez-Villalón and A. Portal, *Computation of wavelet coefficients from average samples*, J. Comput. Appl. Math., 248:118-130, 2013.

# Control activo de vibraciones en un problema acústico de interacción fluido estructura

E. HERNÁNDEZ

Departamento of Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Chile

erwin.hernandez@usm.cl

C. DOMÍNGUEZ

Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad del Norte, Colombia

dcatalina@uninorte.edu.co

## Resumen

En este trabajo analizamos la aproximación numérica del control activo de las vibraciones en problemas exteriores de interacción fluido-estructura (ver [2]). Con el fin de controlar las presiones acústicas en sensores puestos sobre el fluido, originadas por las vibraciones de un sólido elástico, fuerzas de control son puestas sobre la estructura. La determinación de tales fuerzas de control se reduce a resolver un problema de control óptimo gobernado por las ecuaciones que describen el problema, las cuales son discretizadas para su resolución computacional. El método considerado combina elementos de frontera y elementos finitos (ver [1]), para el fluido exterior y la estructura, respectivamente. Presentamos ejemplos numéricos que muestran el comportamiento de los esquemas considerados para reducir el ruido acústico.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] C. Domínguez, E. Stephan, and M. Maischak. *FE/BE coupling for an acoustic fluid-structure interaction problem. Residual a posteriori error estimates*. Int. J. Numer. Meth. Engng; 89:299?322, 2012.
- [2] C. R. FULLER , S. J. ELLIOT, AND P. A. NELSON, *Active control of Vibration*, Academic Press, 1997.

# Un AFEM para el operador de Laplace-Beltrami sobre superficies paramétricas

J. M. CASCÓN

Departamento de Economía e Historia Económica, Universidad de Salamanca,  
España

casbar@usal.es

A. BONITO

Department of Mathematics, Texas A&M University, USA

bonito@math.tamu.edu

P. MORÍN

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Litoral, Argentina

pmorin@santafe-conicet.gov.ar

R. NOCHETTO

Department of Mathematics, University of Maryland, USA

rhn@math.umd.edu

## Resumen

Presentamos un esquema adaptativo de elementos finitos (AFEM) para el operador de Laplace-Beltrami sobre superficies paramétricas que son globalmente Lipschitz y  $C^{1,\alpha}$  a trozos. La idea subyacente es aproximar en  $W_\infty^1$  la superficie con una precisión relativa a la resolución de la EDP en  $H^1$ . Esto es explorado primero numéricamente y después utilizado para probar que el módulo que resuelve la EDP satisface una propiedad de contracción. Se demuestra que la cardinalidad del AFEM está determinada por la peor tasa de decaimiento del error en la aproximación de la superficie en  $W_\infty^1$  y del error en la EDP en  $H^1$ . Finalmente, se presenta un algoritmo para la aproximación de la superficie y se discuten sus propiedades de optimalidad en  $W_\infty^1$ .

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] A. Bonito, J. M. Cascón, P. Morín, R. H. Nochetto. *AFEM for Geometric PDE: The Laplace-Beltrami Operator. Analysis and Numerics of Partial Differential Equations*, Springer INdAM Series 4, DOI 10.1007/978-88-470-2592-9\_15.
- [2] J.M. Cascón, Ch. Kreuzer, R.H. Nochetto, and K. Siebert, *Quasi-optimal convergence rate for an adaptive finite element method*, SIAM J. Numer. Anal. 46 (2008), 2524–2550.
- [3] K. Mekchay, P. Morín, and R.H. Nochetto, *AFEM for the Laplace-Beltrami operator on graphs: design and conditional contraction property*, Math. Comp., 274 (2011), 625–648.

## Aplicación de bases reducidas al modelo de alta definición local 2.5D del viento

A. ENGDAHL Y.

Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María,  
Chile

`andrea.engdahl@usm.cl`

J. M. CASCÓN

Departamento de Economía e Historia Económica, Universidad de Salamanca,  
España

`casbar@usal.es`

L. FERRAGUT

Instituto Universitario de Física Fundamental y Matemáticas, Universidad de  
Salamanca, España

`ferragut@usal.es`

### Resumen

En este trabajo presentamos la aplicación del método de bases reducidas al modelo local de alta definición del viento estudiado en [1]. Este modelo integra, como dato, mediciones puntuales de velocidad y dirección del viento, topografía del dominio y el gradiente de temperatura de la superficie, y permite simular un campo de viento en un dominio tridimensional resolviendo un sistema lineal de ecuaciones bidimensional. El campo de viento es ajustado a las medidas puntuales a través de un problema de control óptimo en el que el viento sobre la frontera actúa como control.

Con el fin de utilizar el esquema de bases reducidas analizado en [2], realizamos una descomposición afín respecto de los parámetros de mayor influencia en el modelo; esto es, la velocidad puntual (módulo y dirección) y el coeficiente de fricción.

Se muestra que el esquema adaptado es consistente, a través de una estimación del error. Finalmente, se presentan resultados numéricos que confirman el buen comportamiento del esquema.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

### Referencias

- [1] L. Ferragut and M. Asensio and J. Simon, *High definition local adjustment model of 3D wind fields performing only 2D computations*, Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. (2011) **27**, 510-523.
- [2] G. Rozza, *Reduced Basis Approximation and Error Bounds for Potential Flows in Parametrized Geometries*, Commun. Comput. Phys., (2011) **9**, 1-48.



# High Dimensional Non-Euclidean Total Variation Inpainting for DW Images

J.F. GARAMENDI<sup>\*</sup>, C. BARILLOT<sup>\*</sup> AND E. SCHIAVI<sup>†</sup>

<sup>\*</sup> INRIA/INSERM U746/CNRS, UMR6074/University of Rennes I  
VisAGeS Research Team, Rennes, France

<sup>†</sup>Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Rey Juan Carlos  
juan-francisco.garamendi-bragado@inria.fr

## Resumen

Diffusion Weighted Images (DW images) are Magnetic Resonance data images used to measure the net displacement of water molecules in the body. For every point  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  a set of diffusion weighted signal measurements is acquired along specific space directions  $(\theta, \varphi)$  restricted to the unit sphere  $\mathbb{S}^2$ , being  $\theta \in [0, \pi)$  the azimuthal angle and  $\varphi \in (0, \pi/2]$  the zenith angle. This data set is completed with a T2 weighted image acquisition, say  $S_0$ . Following Jonasson, [1], the acquired signal is considered as a scalar function  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , with  $\Omega \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^2$  being the 5-D domain,  $f = f(x, y, z, \theta, \phi)$ . We propose to use this geometrical framework to compute the apparent diffusion coefficient (ADC) without loss of the orientation information:  $\text{ADC}(x, y, z, \theta, \phi) = \ln(S_0(x, y, z)) - \ln(f(x, y, z, \theta, \phi))$ . The ADC function values, at a desired resolution level, can be computed solving a missing data problem related to the fact that the signal has been acquired only for certain values of  $\theta$  and  $\phi$ . An interpolation step is necessary. Let  $\Omega' \subset \Omega$  be the set of missing data value points. We compute the values of  $f(\mathbf{x})$  for  $\mathbf{x} \in \Omega$  minimizing the following inpainting functional [2]:

$$J(u, v) = |Du|(\Omega) + \frac{1}{2\lambda} \int_{\Omega} |u - v|^2 dx \quad \text{and} \quad v|_{\Omega \setminus \Omega'} = f \quad (30)$$

where  $\lambda$  is positive, fixed parameter,  $|Du|(\Omega)$  is the Total Variation of  $u$ :

$$|Du|(\Omega) = \sup_{\bar{p} \in [C_c^1(\Omega)]^5} \left\{ \int_{\Omega} u \nabla \cdot \bar{p} \, dx, |\bar{p}|_{[L^\infty(\Omega)]^5} \leq 1 \right\} \quad (31)$$

with  $\bar{p} = (p_x, p_y, p_z, p_\theta, p_\varphi)$  and where the metric tensor  $\text{diag}(1, 1, 1, \sin^2 \varphi, 1)$  defines the divergence operator  $\nabla \cdot$  in form

$$\nabla \cdot \bar{p} = \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{1}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin(\varphi)} \frac{\partial \sin(\varphi) p_\varphi}{\partial \varphi}$$

The resulting total variation (TV) inpainting problem in this 5-D non-euclidean space is numerically solved using the associated dual formulation.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] L. Jonasson, X. Bresson, J.P. Thiran, V.J. Wedeen, P. Hagmann, *Representing Diffusion MRI in 5-D Simplifies Regularization and Segmentation of White Matter Tracts*, IEEE Transactions on Medical Imaging, 26(11): 1547-1554, 2007
- [2] X. Bresson and T. Chan, *Fast dual minimization of the vectorial total variation norm and applications to color image processing*, Inverse Problemas and Imaging, vol. 2, no. 4, pp. 455-484, Nov. 2008.

# Un esquema centrado de alto orden que resuelve el problema del transporte de sedimentos en canales con geometría irregular

A. BALAGUER-BESER, M.T. CAPILLA

Departamento de Matemática Aplicada, Universitat Politècnica de València.  
Cno. de Vera s/n, 46022 Valencia.

abalague@mat.upv.es, tcapilla@mat.upv.es

B. NÁCHER-RODRÍGUEZ, F.J. VALLÉS-MORÁN, I. ANDRÉS-DOMÉNECH

Instituto Universitario de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente (IIAMA),  
Universitat Politècnica de València. Cno. de Vera s/n, 46022 Valencia.

beanacro@cam.upv.es, fvalmo@hma.upv.es, igando@hma.upv.es

## Resumen

En este trabajo se presenta un nuevo esquema numérico basado en el método de volúmenes finitos para resolver el modelo de las ecuaciones de aguas someras unidimensional descrito en [2], para canales con geometría irregular pero con una sección localmente rectangular. La integración espacial está basada en un esquema de tipo centrado en el cual sólo se tienen que evaluar los flujos en el punto medio de las celdas en las cuales se reconstruye la solución. De esta forma, no hace falta conocer la estructura del sistema de ecuaciones en derivadas parciales que se resuelve. Para la integración temporal se utiliza un esquema tipo Runge-Kutta con la ayuda de una extensión natural continua, el cual utiliza un nuevo flujo de avance temporal en el punto medio de cada celda que considera el flujo físico y la primitiva del término fuente del modelo de aguas someras, el cual tiene en cuenta la pendiente de la elevación del terreno, el ancho del canal y un modelo de fricción. En la reconstrucción espacial se utiliza el polinomio centrado de grado 3 descrito en [1], el cual está basado en una corrección de la pendiente del polinomio de Stirling para impedir la aparición de falsos extremos en la solución numérica obtenida. Al modelo descrito en [2] se le ha añadido una tercera ecuación que representa la simulación numérica del transporte de sedimentos. Se analizan los resultados obtenidos al variar el tipo de función que modeliza el caudal de sedimentos, comparando los resultados de las simulaciones con los obtenidos en otras referencias y en ensayos de laboratorio realizados sobre un canal abierto de sedimentación para distintos flujos de aproximación.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN: Análisis Numérico y Simulación Numérica

---

## Referencias

- [1] M.T. Capilla and A. Balaguer-Beser, *A well-balanced high-resolution shape-preserving central scheme to solve one-dimensional sediment transport equations*, Adv. Eng. Softw. 50, (2012), 19-28.
- [2] M.E. Vázquez-Cendón, *Improved Treatment of Source Terms in Upwind Schemes for the Shallow Water Equations in Channels with Irregular Geometry*, J. Comp. Phys. 148, (1999), 497-526.

# Un esquema de relajación para las ecuaciones de aguas someras

A. MARTÍNEZ-GAVARA

Departamento Estadística e Investigación Operativa, U. de Valencia.

`gavara@uv.es`

F. COQUEL

Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique.

`frederic.coquel@cmap.polytechnique.fr`

## Resumen

En este trabajo derivamos y analizamos un esquema de volúmenes finitos para la aproximación de las ecuaciones de aguas someras con la propiedad que el método es 'bien-balanceado' (well-balanced) para todos los regímenes basado en un resolvidor de relajación de tipo Suliciu ([1]).

Dentro de la clase de soluciones auto-similares para ecuaciones en derivadas parciales exactas, el efecto de los cambios en la batimetría son interpretados cómo un término fuente de valor medible concentrado en una onda estacionaria. La definición exacta de la masa asociada se obtiene directamente de la ley de conservación de la energía a lo largo de esta onda. Esta ecuación de la energía involucra una serie de parámetros a tratar que se tienen que manipular adecuadamente, para ello es necesario el análisis de la solución aproximada del problema de Riemann, de esta forma no sólo el esquema es capaz de capturar todas las soluciones estacionarias de las ecuaciones exactas sino también de asegurar que la solución numérica conserva la positividad y todas las propiedades de estabilidad no lineal para las soluciones generales.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] F. Bouchut, *Nonlinear Stability of finite Volume Methods for Hyperbolic conservation Laws and well-balanced schemes*. Birkhuser Verlag, 2004.

# Convergencia orbital en algoritmos de punto fijo para sistemas de ecuaciones no lineales con simetrías

A. DURÁN, J. ÁLVAREZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid

angel@mac.uva.es, joralv@eii.uva.es

## Resumen

El tratamiento numérico de problemas que surgen en muchas aplicaciones implica la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales que admiten grupos de simetría [3], es decir, aplicaciones que transforman soluciones del sistema en otras soluciones. Para este tipo de ecuaciones, la formación de las correspondientes órbitas por el grupo de simetría impide establecer la hipótesis de unicidad local de la solución para el establecimiento de resultados de convergencia local en algoritmos de punto fijo utilizados para la resolución. En esta comunicación se pretende introducir el concepto de convergencia orbital y analizar su aplicación a la resolución numérica de este tipo de sistemas. La ilustración de los resultados de convergencia se centrará en la aproximación de equilibrios relativos [1, 2] en modelos con ecuaciones diferenciales, tanto ordinarias como en derivadas parciales.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] A. R. Champneys, B. Sandstede, *Numerical computation of coherent structures*. In: Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems, B. Krauskopf, H. M. Osinga, J. Galan-Vioque eds., Springer, 2007, 331-358.
- [2] J. E. Marsden and T. S. Ratiu, *Introduction to Mechanics and Symmetry*, Springer, New York, 1994.
- [3] P. J. Olver, *Applications of Lie Groups to Differential Equations*, Springer, 1986.

# Análisis matemático de un modelo de surfactantes con la isoterma de Henry

JOSÉ R. FERNÁNDEZ

Departamento de Matemática Aplicada I, Universidade de Vigo

jose.fernandez@uvigo.es

MARÍA DEL CARMEN MUÑIZ, CRISTINA NÚÑEZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela

mcarmen.muniz@usc.es, cristina.nunez.garcia@usc.es

## Resumen

En esta presentación consideramos el análisis matemático de un modelo cinético mixto difusivo asociado a la conocida isoterma de Henry (véase [1]). La existencia y unicidad de solución débil se demostrarán utilizando resultados clásicos de ecuaciones diferenciales lineales parabólicas y técnicas de punto fijo. Después consideraremos la aproximación numérica de este problema utilizando el método de los elementos finitos para la aproximación en espacio y una combinación de los esquemas de Euler explícito e implícito para la discretización de las derivadas temporales. Se obtendrán estimaciones del error a priori a partir de las que, bajo condiciones de regularidad adicionales sobre la solución continua, se deducirá la convergencia lineal del algoritmo. Finalmente, se mostrarán algunos resultados numéricos en un ejemplo académico que probará la precisión de la aproximación y en la simulación de surfactantes comerciales.

**Sección en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] C.H. Chang, E.I. Franses, *Adsorption dynamics of surfactants at the air/water interface: a critical review of mathematical models, data and mechanisms*. Colloids and Surfaces 100 (1995), 1–45.

# Métodos de elementos finitos estabilizados para una formulación basada en momentos de flexión de las ecuaciones de Ressenier-Mindlin

TOMÁS BARRIOS

Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile

`tomas@ucsc.cl`

GABRIEL BARRENECHEA, ANDREAS WACHTEL

Department of Mathematics and Statistics, University of Strathclyde, Glasgow, Escocia

`gabriel.barrenechea@strath.ac.uk`, `andreas.wachtel@strath.ac.uk`

## Resumen

En este trabajo estudiamos la estabilización de una formulación mixta dual basada en los momentos de flexión para el modelo de placas de Reissner-Mindlin. Específicamente, con el fin de perturbar lo menos posible la forma bilineal, en principio penalizamos la formulación variacional con los saltos asociados a la rotación. Mostramos que utilizar funciones lineales a trozos y continuas para el momento de flexión y el desplazamiento transversal, además de funciones constantes a trozos para la rotación y la tensión, son una elección viable para el esquema. Adicionalmente, se presenta una opción de penalización que permite utilizar funciones lineales a trozos y continuas en todas las variables. Usando propiedades de aproximación de los correspondientes espacios de elementos finitos se deducen razones de convergencia. Finalmente, se muestran ejemplos numéricos confirmando las propiedades teóricas del esquema.

**Sección en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] E. Behrens and J. Guzman, *A new family of mixed methods for the Ressenier-Mindlin plate model based on a system of first-order equations*. Journal of Scientific Computing, vol. 49, 137-166, (2011).
- [2] L. Beirão da Veiga, D. Mora and R. Rodríguez, *Numerical Analysis of a locking-free mixed finite element method for a bending moment formulation of Ressenier-Mindlin plate model*. Numerical Methods for Partial Differential Equations, vol. 29, 40-63, (2013).
- [3] D. Braess and C. Blömer, *A Multigrid Method for a Parameter Dependent Problem in Solid Mechanics*. Numerische Mathematik, vol. 57, 747-761, 1990.
- [4] F. Brezzi and M. Fortin. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer Verlag, 1991.
- [5] F. Brezzi and M. Fortin. *A minimal stabilization procedure for mixed finite element methods*. Numerische Mathematik, vol. 89, 457-492, 2001.

# Two low cost a posteriori error estimates for an augmented mixed formulation of the generalized Stokes problem

R. BUSTINZA

Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Chile  
rbustinz@ing-mat.udec.cl

T.P. BARRIOS

Departamento de Física y Matemática Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile  
tomas@ucsc.cl

G.C. GARCÍA

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Chile  
galina.garcia@usach.cl

M. GONZÁLEZ

Departamento de Matemáticas, Universidad de A Coruña, Spain  
mgtaboad@udc.es

## Resumen

We develop two a posteriori error analyses for an augmented mixed method for the generalized Stokes problem. The stabilized scheme is obtained by adding suitable least squares terms to the velocity-pseudostress formulation of the generalized Stokes problem. Then, in order to approximate its solution applying an adaptive mesh refinement technique, we derive two reliable a posteriori error estimators of residual type, and study their efficiency. To this aim, we include two different analyses: the standard residual based approach, and an unusual one, based on the Ritz projection of the error. The main difference of both approaches relies on the way we treat the nonhomogeneous boundary condition. Finally, we present some numerical examples that confirm the theoretical properties of our approach and estimators.

Para proponer una comunicación al CEDYA 2013: AN

---

## Referencias

- [1] T.P. BARRIOS, R. BUSTINZA, G. C. GARCÍA, AND E. HERNÁNDEZ, *On stabilized mixed methods for generalized Stokes problem based on the velocity-pseudostress formulation: A priori error estimates*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 237-240, pp. 78-87, (2012).
- [2] G.N. GATICA, L. F. GATICA AND A. MARQUEZ, *Analysis of a pseudostress based mixed finite element method for Brinkman model of porous media flow*. Preprint 2012-02, Centro de investigación en Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, (2012).
- [3] G.N. GATICA, A. MÁRQUEZ AND M.A. SÁNCHEZ, *Analysis of a velocity-pressure-pseudostress formulation for the stationary Stokes equations*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, 17-20, pp. 1064-1079, (2010).
- [4] S. REPIN AND R. STENBERG, *A posteriori error estimates for the generalized Stokes problem*. Journal of Mathematical Sciences, vol. 142, 1, pp. 1828-1843, (2007).

# Numerical analysis of the linear thermoporoelasticity model

BOAL, N., GASPARGASPAR, F.J., LISBONA, F.J.

Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. de Zaragoza

nboal@unizar.es, fjpgaspar@unizar.es, lisbona@unizar.es

VABISHCHEVICH, P.N.

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

vab@imamod.ru

## Resumen

The theory of the thermomechanical behavior of fluid saturated porous media is an extension of the consolidation Biot's theory and its formulation involves a coupling among three fields, displacement field,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ , pore pressure field,  $p(\mathbf{x}, t)$ , for fluid flow, and temperature field,  $\theta(\mathbf{x}, t)$ , for heat transfer. Our study is carried out within low permeable formations, where the rate of fluid is so slow that heat convection is negligible, and the governing equations are then given by the system of equations

$$-\mu \Delta \mathbf{u} - (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha_p \operatorname{grad} p + \alpha_\theta \operatorname{grad} \theta = \mathbf{g}, \quad (32)$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - 3\beta'_M \frac{\partial \theta}{\partial t} + \alpha_p \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{u}) - k_p \Delta p = f^p, \quad (33)$$

$$-3\beta'_M \frac{\partial p}{\partial t} + c_M \frac{\partial \theta}{\partial t} + \alpha_\theta \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{u}) - k_\theta \Delta \theta = f^\theta, \quad (34)$$

where  $\lambda$  and  $\mu$  are the Lamé coefficients,  $k_p$  and  $k_\theta$  are the hydraulic and thermal conductivity respectively,  $\alpha_p$  is the Biot-Willis constant,  $\alpha_\theta$  is the thermal expansion coefficient of the solid phase,  $M$  is the Biot modulus,  $\beta'_M$  is the equivalent thermal expansion coefficient, and  $c_M$  is the equivalent volumetric heat capacity of the porous medium.

For the numerical approximation of these equations we use finite-difference schemes. Energy stability estimates for the fully discrete equations are obtained and convergence results are given. To illustrate the theoretical results some numerical experiments are presented.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN



# Análisis del equilibrio de membranas a tracción por medio de un problema de frontera libre

A. GONZÁLEZ, G. VIGLIALORO

Departamento de Matemáticas, Universidad de Cádiz  
 alvaro.gonzalezarza@alum.uca.es, giuseppe.viglialoro@uca.es

J. MURCIA

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, CSIC  
 murcia@ietcc.csic.es

## Resumen

Este trabajo<sup>2</sup> presenta el problema del equilibrio de una membrana a tracción entre un borde rígido y un cable. La membrana es representada por una superficie regular  $z(x, y)$ , definida en un dominio acotado  $D \subset \mathbb{R}^2$ ; más exactamente,  $\Gamma^r$  representa el borde rígido y  $\Gamma^c$  el borde cable ( $\partial D = \Gamma^r \cup \Gamma^c$ ). El equilibrio se escribe directamente por medio de un problema de contorno de segundo orden, en términos de la forma de la membrana, y de su tensor (positivo) de esfuerzos  $\sigma(x, y)$ . El equilibrio membrana-cable conlleva a una condición de frontera singular que hace el problema más difícil.

Precisamente, si  $H$  representa la matriz Hessiana de  $z$  y  $\mathbf{t}$  define el vector unitario tangente a  $\Gamma^c$ , hay que hallar  $z$  de manera que

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma \cdot \nabla z) = 0 \text{ en } D, \\ z = g \text{ sobre } \Gamma^r, \\ \mathbf{t} \cdot (H \cdot \mathbf{t}) = 0 \text{ sobre } \Gamma^c, \end{cases} \quad (35)$$

siendo  $\sigma$  y  $g$  dos funciones dadas en  $D$  y sobre  $\Gamma^r$  respectivamente.

Para resolver este problema, se considera por un lado una función incógnita  $h$  sobre  $\Gamma^c$  y por otro a  $\Gamma^c$  como parte de frontera libre de  $\partial D$ . Al imponer que la función  $h$  coincida con el valor de  $z$  sobre  $\Gamma^c$ , se obtiene una formulación distinta a (35) pero totalmente equivalente. Tras ello, usando un procedimiento de punto fijo se consigue adaptar la forma del cable ( $\Gamma^c$ ) y de la membrana ( $z$ ) de modo que el mismo sistema (35) quede completamente verificado.

Por último, se presentan y analizan algunos resultados numéricos relacionados con el algoritmo inherente al problema de frontera.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

## Referencias

- [1] J. Crank, *Free and Moving Boundary Problems*, Oxford University Press, New York (1984).
- [2] G. Viglialoro and J. Murcia, *A singular elliptic problem related to the membrane equilibrium equations*. Int J Comput Math, to appear.

<sup>2</sup>Los autores desean agradecer la financiación recibida por el Proyecto MTM2010-16401 del Ministerio de Economía y Competitividad/FEDER del Gobierno de España, la Consejería de Economía, Innovación, Ciencia y Empleo de la Junta de Andalucía y el grupo de investigación FQM315 de la Universidad de Cádiz.

# Esquemas numéricos ADER de alto orden para un modelo de aterosclerosis

ARTURO HIDALGO

Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos, E.T.S.I. de Minas y Energía, Universidad Politécnica de Madrid

arturo.hidalgo@upm.es

LOURDES TELLO

Departamento de Matemática Aplicada a la Edificación al Medio Ambiente y al Urbanismo, E.T.S. de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid

l.tello@upm.es

ELEUTERIO F. TORO

Laboratory of Applied Mathematics, Department of Civil, Environmental and Mechanical Engineering, University of Trento.

toroe@ing.unitn.it

## Resumen

En este trabajo estudiamos un modelo matemático de reacción-difusión, propuesto por El Khatib et al. ([1, 2]), que representa la evolución de la aterosclerosis como un proceso inflamatorio. El método numérico desarrollado para su resolución es un esquema de alto orden en volúmenes finitos basado en la metodología ADER. En relación con el comportamiento asintótico de las soluciones, los ejemplos numéricos muestran que una pequeña perturbación de un estado estacionario, que representa una situación de salud, puede dar lugar a que el sistema progrese hacia un equilibrio que represente situación de enfermedad, para una determinada elección de los valores de los parámetros. Aplicamos el esquema numérico desarrollado para determinar si cada familia de datos iniciales es atraída por un equilibrio que representa estado de enfermedad o bien de salud. Al mismo tiempo determinamos los estados estacionarios analítica y numéricamente. Algunos resultados relacionados se encuentran en [3].

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] N. El Khatib, S. Genieys, V. Volpert. *Atherosclerosis initiation modeled as an inflammatory disease*. *Math Model Nat Phenom* 2 (2): 126–141, 2007.
- [2] N. El Khatib, S. Genieys, B. Kazmierczak, V. Volpert. *Mathematical modelling of atherosclerosis as an inflammatory disease*. *Phil Trans R Soc* 367: 4877–4886, 2009.
- [3] A. Hidalgo, L. Tello, E.F. Toro. *Numerical and analytical study of an atherosclerosis inflammatory disease model*. Submitted 2012.

# Incomplete Riemann solvers based on rational approximations

M. J. CASTRO, J. M. GALLARDO

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Málaga

castro@anamat.cie.uma.es, jmgallardo@uma.es

A. MARQUINA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valencia

marquina@uv.es

## Resumen

We propose a new class of incomplete Riemann solvers for the numerical approximation of the solution of hyperbolic systems of conservation laws. These solvers are based on uniform rational approximations to the absolute value function in  $[-1, 1]$ . The main idea is based on the construction of a numerical approximation to the viscosity matrix of the system by means of a rational function  $R(x)$ , which approximates  $|x|$  uniformly in  $[-1, 1]$ , evaluated at the Jacobian of the fluxes of the system computed at some average value (for instance, the Roe state). In addition to the Jacobians, we use either the maximum in absolute value of the characteristic speeds in each cell or an upper bound of them. Thus, the resulting approximate Riemann solver is incomplete in the sense that it does not use the complete spectral decomposition of the Jacobian. Depending on the order of approximation of the basis rational function, the amount of dissipation can be dosed for particular applications. We consider different kinds of approximations: Newman-type functions, iterative functions based on Halley's method, and Chebyshev polynomials. To test the behaviour of the proposed schemes, we have considered several problems in ideal gas dynamics and magnetohydrodynamics, some of them presenting well-known numerical pathologies. The schemes has been also extended to the case of nonconservative hyperbolic systems. In relation to this, we present some numerical experiments related to the multilayer shallow water equations, where it has been observed that intermediate waves are properly captured if the degree of the basis rational function is well-chosen. The numerical experiments show that the proposed schemes are robust and accurate, having a computational cost more advantageous with respect to schemes that use a complete spectral decomposition of the problem.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

# A second-order pressure segregation scheme for the 3D Navier-Stokes equations via an incremental pressure projection method

MARÍA VICTORIA REDONDO NEBLE

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Cádiz

victoria.redondo@uca.es

FRANCISCO GUILLÉN GONZÁLEZ

Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla

guillen@us.es

## Resumen

In this work, a second-order in velocity and pressure scheme for the incompressible time-dependent Navier-Stokes equations in three-dimensional domains is proposed. This scheme, based on an incremental pressure projection method, decouples the computations for velocity and pressure, solving in each time step, a linear decoupled convection-diffusion problem for each component of the velocity and a Poisson-Neumann problem for the pressure (a first-order pressure segregation scheme is studied in [2]).

To our knowledge, a segregated projection scheme of second order in time for the pressure has not been proposed already (see [1]). Here, we present a priori estimates for the discretization in time of this scheme and numerical simulations which show stability and second order in velocity and pressure in time.

**Sección temática en el CEDYA 2013: AN**

---

## Referencias

- [1] J.L. Guermond, P. Mineev, J. Shen. *An overview of projection methods for incompressibility flows*. *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **195** (2006), 6011-6045.
- [2] F. Guillén-González, M. V. Redondo-Neble. *Optimal error estimates of a pressure segregation scheme for the 3D Navier-Stokes equations via an incremental pressure projection method*. Submitted.

# Time-Splitting Schemes for some Variants of Navier-Stokes Equations related to Oceanography

J. RAFAEL RODRÍGUEZ GALVÁN

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Cádiz

rafael.rodriguez@uca.es

FRANCISCO GUILLÉN GONZÁLEZ

Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla

guillen@us.es

## Abstract

Three time schemes are studied in this work for the approximation of the Anisotropic Navier-Stokes Equations, focusing on the case where  $\varepsilon$ , the aspect ratio between vertical and horizontal scales, is small ( $0 \leq \varepsilon \leq 10^{-3}$ ). Note that the particular case  $\varepsilon = 0$  constitute the Hydrostatic Navier-Stokes Equations or Primitive Equations of the Ocean.

All of these schemes split, in each time iteration, momentum equations from other ones, namely variable density, temperature and salinity. Techniques recently introduced in [1] (see also references therein) are applied for the space discretization.

The first one is a first order time scheme for the mixed system of equations, for which energy estimates and successful numerical tests are provided. For the second one, which is a first attempt to build a projection time splitting scheme inspired in the Stokes framework [2], instability is numerically shown when  $\varepsilon \rightarrow 0$ . The third one, which is shown formally, is a new time splitting scheme which uncouples all of the equations, while avoids the unstable behaviour of the former one. Numerical tests will be presented, confirming this fact.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] F. Guillén-González and J.R. Rodríguez-Galván. In preparation. Available at <http://www.uca.es/dpto/C101/pags-personales/rafael.rodriguez/papers/hydstokes-stabilized.pdf>, 2013.
- [2] J.L. Guermond, P. Mineev, J. Shen. An overview of projection methods for incompressibility flows. *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **195** (2006), 6011-6045.

## Dynamics of some iterative methods for nonlinear systems

CARLES TERUEL, JOSÉ L. HUESO

Instituto de Matemática Multidisciplinar,

Universitat Politècnica de València,

Camino de Vera, s/n, 46022

Valencia, Spain

cartefer@teleco.upv.es, jlhueso@mat.upv.es

EULALIA MARTÍNEZ

Instituto de Matemática Pura y Aplicada,

Universitat Politècnica de València,

Camino de Vera, s/n, 46022

Valencia, Spain

eumarti@mat.upv.es

### Resumen

En este trabajo se realiza un estudio del comportamiento dinámico de métodos iterativos libres de derivadas con distintos órdenes de convergencia para la resolución de sistemas no lineales de orden 2, consiguiendo así información sobre la convergencia y estabilidad de los mismos.

El comportamiento dinámico de diferentes métodos iterativos para la resolución de ecuaciones no lineales ha sido abordado en la literatura científica, desde el clásico método de Newton, [1], a otros métodos mayor orden, [2]. Trabajos recientes presentan la dinámica de métodos libres de derivadas, [3], aplicados a la resolución de ecuaciones polinómicas en el campo complejo.

Nuestro objetivo es estudiar el caso bidimensional, es decir, analizaremos la dinámica de diferentes métodos iterativos libres de derivadas para la resolución de sistemas de dos ecuaciones polinómicas de grado 2. Estudiaremos las propiedades gráficas obtenidas en los fractales según el número de intersecciones que presentan las cónicas definidas por las ecuaciones del sistema. Todo ello nos permitirá comparar diferentes métodos iterativos analizando su accesibilidad y estabilidad.

This research was supported by Ministerio de Ciencia y Tecnología MTM2011-28636-C02-02 and by Vicerrectorado de Investigación, Universitat Politècnica de València PAID-SP-2012-0498

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

### Referencias

- [1] J. Varona, Graphic and numerical comparison between iterative methods, *Math. Intelligencer* 24 (1) (2002) 37-46.
- [2] S. Amat, S. Busquier, S. Plaza, Review of some iterative root-finding methods from a dynamical point of view, *Sci. Ser. A Math. Sci.* 10 (2004) 3-35.
- [3] Francisco Chicharro, Alicia Cordero, José M. Gutiérrez, Juan R. Torregrosa, Complex dynamics of derivative-free methods for nonlinear equations, *Applied Mathematics and Computation* 219 (2013) 7023-7035

# Partially implicit Runge-Kutta methods for wave-like equations in spherical-type coordinates

ISABEL CORDERO-CARRIÓN

Laboratoire Univers et Théories (LUTh), Observatoire de Paris / CNRS / Université Paris Diderot

isabel.cordero@obspm.fr

PABLO CERDÁ-DURÁN

Departamento de Astronomía y Astrofísica, Universidad de Valencia

pablo.cerda@uv.es

## Resumen

The evolution in time of many complex systems, governed by partial differential equations, implies, in a broad variety of cases, looking for the numerical solution of a system of ordinary differential equations. The most commonly used methods to integrate in time these systems are the well-known Runge-Kutta (RK) ones (see e.g. [1] for a general review). Implicit methods are designed to overcome numerical instabilities appearing during the evolution of a system of equations due to stiff source terms, like the well-known implicit-explicit RK methods used in the evolution of conservation laws with stiff terms or the convection-diffusion-reaction equations [2, 3, 4, 5]. The instabilities can be also due to the presence of geometrical factors, which can be interpreted numerically as stiff terms, as a result of a particular chosen system of coordinates.

We will present in this talk partially implicit RK methods for a particular structure of equations, generalization of a wave equation; the *partially implicit* term refers to this structure, where the implicit term appears only in a subset of the system of equations. These methods do not require any analytical or numerical inversion of operators. This means that we will obtain stable evolutions but the computational costs will be similar to those of explicit RK methods.

Partially implicit RK methods will be derived from first to third-order of convergence. We will analyze the stability properties. We will show the practical applicability in simple numerical examples. We will also compare them with explicit RK methods.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** EDP

---

## Referencias

- [1] J.C. Butcher, *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations, 2nd edn.*, J. Wiley, Chichester (2008).
- [2] U.M. Asher, S.J. Ruuth, B.T.R. Wetton. *Implicit-explicit methods for time-dependent PDE's*. SIAM J. Num. Anal. 32, 797 (1995).
- [3] U.M. Asher, S.J. Ruuth, R.J. Spiteri. *Implicit-explicit Runge-Kutta methods for time-dependent partial differential equations*. Appl. Num. Math. 25, 151 (1997).
- [4] L. Pareschi. *Central differencing based numerical schemes for hyperbolic conservation laws with relaxation terms*. SIAM J. Num. Anal. 39, 1395 (2001).
- [5] L. Pareschi, G. Russo. *Implicit-explicit Runge-Kutta methods and application to hyperbolic systems with relaxation*. J. Sci. Comput. 25, 129 (2005).

# Vórtices y su intensidad en un dominio cilíndrico con calentamiento localizado

DAMIÁN CASTAÑO, MARÍA CRUZ NAVARRO, HENAR HERRERO

Dpto. de Matemáticas, Facultad de CC. y TT. Químicas  
Universidad de Castilla- La Mancha  
Avda Camilo José Cela, 13071, Ciudad Real

Damian.Castano@uclm.es, MariaCruz.Navarro@uclm.es, Henar.Herrero@uclm.es

## Resumen

Es conocida la importancia de la convección térmica en la formación y la intensidad de algunos fenómenos meteorológicos como los torbellinos o los ciclones: los torbellinos se forman con mayor facilidad en presencia de grandes gradientes de temperatura horizontal [1], y la evolución de la intensidad en huracanes depende, entre otros factores, del intercambio de calor con la superficie del océano que se encuentra justo debajo del ojo del huracán [2].

Consideramos un fluido (aire) en un cilindro calentado no homogéneamente por debajo. Las ecuaciones de Navier-Stokes más la ecuación del calor gobiernan el sistema. Para la implementación numérica, las no linealidades son tratadas con el método de Newton. Para la discretización usamos un método espectral de Chebyshev-colocación [3, 4].

En trabajos previos probamos que vórtices verticales, muy similares a los torbellinos, pueden ser generados a través de una inestabilidad convectiva en el caso de un anillo cilíndrico [5] y que la intensidad del vórtice depende de los gradientes térmicos considerados [6]. En el presente trabajo mostramos que bajo ciertas condiciones térmicas y geométricas se encuentran vórtices también en la configuración cilíndrica. Analizamos su estabilidad y probamos que el gradiente de temperatura horizontal considerado determina la intensidad del vórtice formado y su comportamiento puede ser controlado calentando o enfriando adecuadamente la tapa inferior del cilindro. Estos resultados conectan con lo observado en la evolución de la intensidad de torbellinos y ciclones.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

---

## Referencias

- [1] N. O. Rennó, M. L. Burkett, and M. P. Larkin. *A simple theory for dust devils*. J. Atmos. Sci., 55 (1998), 3244-3252.
- [2] K. A. Emanuel. *Thermodynamic control of hurricane intensity*. Nature, 401 (1999), 665-669.
- [3] C. Canuto, M. Y. Hussain, A. Quarteroni, T. A. Zang. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, 1988.
- [4] M. C. Navarro, A. M. Mancho, and H. Herrero. *Instabilities in buoyant flows under localized heating*. Chaos, 17 (2007), 023105 1-10.
- [5] M. C. Navarro and H. Herrero. *Vortex generation by a convective instability in a cylindrical annulus non homogeneously heated*. Physica D, 240 (2011), 1181-1188.
- [6] M. C. Navarro and H. Herrero. *Effects of thermal gradients on the intensity of vortices generated in a cylindrical annulus*. Chaos, 21 (2011), 043132.



# High-order splitting methods for separable non-autonomous parabolic equations

MUAZ SEYDAOGLU, SERGIO BLANES

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

seydaoglu@alparslan.edu.tr, serblaza@imm.upv.es

## Resumen

High order splitting methods with complex coefficients have been recently used for the numerical integration of separable parabolic equations showing a good performance. Splitting methods with real coefficients of order higher than two necessarily have negative coefficients and can not be used for solving these problems. In this work we consider the case in which the system is separable and non-autonomous

$$\frac{du}{dt} = A(t, u) + B(t, u),$$

where we suppose both subproblems, when the explicit time-dependency is frozen,

$$\frac{du}{dt} = A(\bar{t}, u), \quad \frac{du}{dt} = B(\bar{t}, u),$$

are exactly solvable (or can be numerically solved to high accuracy). To solve this non-autonomous problem using splitting methods with complex coefficients requires to compute the operators  $A(t, u), B(t, u)$  at complex values of  $t$ .

We show that if the splitting methods are such that one set of the coefficients is real, say  $a_i \in \mathbb{R}^+$ ,  $b_i \in \mathbb{C}^+$ , one can build high order methods where both operators are evaluated at real times. This requires to solve the non-autonomous equation

$$\frac{du}{dt} = A(t, u),$$

either exactly or up to high accuracy (e.g. using a Magnus integrator). This procedure also extends to perturbed problems, i.e.  $\|B\| \ll \|A\|$ , as far as the real coefficients are used to advance the dominant part. We illustrate the performance of the methods on several numerical examples.

High order splitting methods which involve real and complex coefficients can also be useful for other problems and are also being investigated at this moment by Bader, Blanes, Casas, Chartier, Makazaga and Murua.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** AN

# Modelization of an experimental solar test box equipped with a water-flow based window

LUIS J. CLAROS-MARFIL, BENITO LAURET

Architectural Construction and Technology Department, High School of Architecture,  
Technical University of Madrid

luisj.claros@gmail.com, benito.lauret@upm.es

J. FRANCISCO PADIAL

Department of Mathematics Applied to Urbanism, Construction and Environment, High  
School of Architecture, Technical University of Madrid

fj.padial@upm.es

## Abstract

Waterflow based windows are a kind of dynamic windows in which water flows across the chamber formed by two glass panes. This kind of windows can contribute to improve the energy efficiency of buildings [1] in line with European environmental regulations [2]. Despite the windows performance could be improved by adding a controller, no control systems of this glazing systems are known. An automatic controller for a waterflow based window has been developed and installed in a solar test box in Construction and Technology Department at Technical University of Madrid.

By measurement of the temperature values at different points of the system, the performance of the control system is being analysed. However, in order to fully understand the involved heat transfer processes, a mathematical model of the whole box is needed.

Although some previous work about moving fluid chamber has been developed, air was used as heat transfer fluid, and natural convection phenomena dominated the heat transfer process as seen in Ismail [3]. In other cases forced flow was considered, but only as a simplified unidimensional model [4]. Since in this case a forced flow of water in the chamber is used, unsteady uni-dimensional and bi-dimensional models for a fully developed flow have been developed. Then, the gained coupled equation with non-continuous and non-constant parameters for each water chamber layer is approached by Forward Euler scheme (explicit Euler), based on finite difference method. Finally we test the numerical solution with the obtained experimental data.

Sección en el CEDYA 2013: MAI

---

## Referencias

- [1] T.T. Chow, C. Li, and Z. Lin, *Thermal characteristics of water-flow double pane window*. *International Journal of Thermal Sciences*, 50:140-148, 2011
- [2] Directive 2010/31/EU of the European Parliament and of the Council of 19 May 2010 on the energy performance of buildings.
- [3] K.A.R. Ismail and J.R. Henríquez. *Two-dimensional model for the double glass naturally ventilated window*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48:461-475, 2005.
- [4] K.A.R. Ismail and J. Henríquez. *Simplified model for a ventilated glass window under forced air flow conditions*. *Applied Thermal Engineering*, 26:295-302, 2006.
- [5] B. Lucquin et O. Pironneau, *Introduction au calcul scientifique*. Masson , Paris 1996. ISBN: 2-225-85017-8.
- [6] P.A. Raviar et J.M. Thomas, *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*. Masson , Paris 1988. ISBN: 2-225-75670-8.

## Optimización del proceso de soldadura en la fabricación de cadenas offshore

M. LEZAUN<sup>1</sup>, C. GORRIA<sup>1</sup>, D. PARDO<sup>1,2</sup>, E. SÁINZ DE LA MAZA<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa,  
Universidad del País Vasco - UPV/EHU

<sup>2</sup>IKERBASQUE, Basque Foundation for Science

mikel.lezaun@ehu.es, carlos.gorria@ehu.es, dzubiaur@gmail.com,  
eduardo.sainzdelamaza@ehu.es

M. LUECHES

Vicinay Cadenas S.A., C/ Particular de Sagarduy, 42. Bilbao  
mlueches@vicinaycadenas.com

<http://www.vicinaycadenas.net/index/>

D. BILBAO, I. GUTIÉRREZ

Vicinay Marine Innovación A.E.I., C/ Particular de Sagarduy, 42. Bilbao  
dbilbao@vicinayinnovacion.com, igutierrez@vicinayinnovacion.com

<http://www.vicinaycadenas.net/index/>

### Resumen

Vicinay Cadenas S.A es líder mundial en la producción de cadenas y líneas de fondeo para la industria del offshore. Sus principales clientes son grandes petroleras como Exxon, Shell, Chevron, Total, Statoil, BP, Anadarco, Petrobrás y Eni, así como las ingenierías más importantes del sector: SBM, Technip,...

Vicinay Cadenas S.A. cuenta para la mejora y optimización de sus procesos de fabricación con el apoyo técnico de, entre otras empresas, Vicinay Marine Innovación A.I.E. En particular, Vicinay Marine Innovación A.I.E. coordina un proyecto integrado en Vicinay Cadenas S.A para la mejora del proceso de soldadura en la fabricación de cadenas mediante la aplicación de análisis estadísticos. Este proyecto está asesorado por el Departamento de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa de la UPV/EHU.

Las cadenas se fabrican eslabón a eslabón, enlazando un eslabón tras otro a la cadena. La materia prima son barras cilíndricas de acero que se cortan para tener barras de la longitud apropiada, las cuales una vez dobladas y soldadas constituirán los eslabones. Cada eslabón consta de dos partes rectas y dos curvadas llamadas codos. La soldadura se realizará en la mitad de uno de los tramos rectos. Una vez cortadas las barras, para fabricar un eslabón se comienza calentando la barra que lo conformará a la temperatura adecuada. Luego se dobla uno de sus extremos para darle forma de cachaba y se cuelga por la parte curvada al último eslabón fabricado. A continuación se dobla la otra zona curva hasta que se cierre el eslabón y quede enganchado al anterior. Por último se sueldan los dos extremos de la barra enfrentados. La soldadura es el proceso más crítico, y se realiza mediante el sistema flash butt welding (FBW).

En Vicinay Cadenas S.A. se han identificado cuarenta variables de fabricación como determinantes de la calidad de la soldadura. De cada fabricación se confecciona una base de datos que contiene los valores de esas variables en todos los eslabones y un registro de las heterogeneidades detectadas. El objetivo general del proyecto es optimizar el proceso de soldadura para reducir el número de eslabones con alguna heterogeneidad.

En este proyecto se ha investigado la existencia o no de correlaciones entre las variables y se han aplicado las técnicas de componentes principales y análisis discriminante para estudiar la relación entre variables y heterogeneidades. Un segundo paso ha consistido en diseñar y desarrollar un algoritmo de búsqueda de regiones óptimas para obtener la mejor combinación de las horquillas de un número determinado de variables de fabricación seleccionadas. Este algoritmo se ha aplicado a componentes principales y una selección de variables escogidas en base a la mejor experiencia de Vicinay Cadenas S.A.. Básicamente, el algoritmo consiste en tratar un eslabón como un punto de un espacio de tantas dimensiones como variables o componentes principales se hayan seleccionado, dotado de una norma  $L^\infty$  apropiada, y chequear para cada punto-eslabón la calidad de los entornos de tamaño y número mínimo de eslabones contenidos prefijados.

De los resultados obtenidos para distintas fabricaciones se infieren los valores de regulación óptimos recomendados de las variables para nuevas fabricaciones de cadenas de mayor tamaño. El siguiente paso es hacer operativo este sistema para alertar desviaciones y controlar las mejores horquillas de las variables de fabricación.

En una fase más avanzada se abordará la modelización del proceso físico de la soldadura FBW.

---

## Referencias

- [1] P. Dent et al. *Flash, upset, and percussion welding*, Welding Handbook, American Weiding Society, pp. 581-609 (1997).
- [2] M. Ichikawa, T. Nishi, T. Saito. *Flash butt welding*, Patente US 4506134 A (1985).
- [3] Y. Ichiyama, S. Kodama. *Flash-Butt Welding of High Strength Steel*, Nippon Steel Technical Report, 95 (1997).
- [4] R. Johnson. *Solid State Joining Techniques*, Materials World vol. 7, 11, pp. 684-685 (1999).
- [5] D.C. Kim, W.J. So, M.J. Kang. *Effect of flash butt welding parameters on weld quality of mooring chain*, Archives of Materials Science and Engireering, vol. 28, pp. 112-117 (2009).
- [6] Daniel Peña. *Análisis de datos multivariantes*, McGraw-Hill Company (2002).
- [7] W. Wang, Y. Shi, Y Lei, Z. Tian. *FEM simulation on microstructure of DC flash butt welding for an ultra-fine grain steel*. Journal of Materials Processing Technology 161, 497-503 (2005).

# Analysis of functional output-controllability of time-invariant singular linear systems

M. ISABEL GARCÍA-PLANAS

Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya

maria.isabel.garcia@upc.edu

SONIA TARRAGONA

Departamento de Matemáticas, Universidad de León

sonia.tarragona@unileon.es

## Resumen

This paper deals with the description of a new test for calculating the functional output-controllability character of finite-dimensional singular linear continuous-time-invariant systems in the form

$$\left. \begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \right\}$$

where  $E, A \in M = M_n(C)$ ,  $B \in M_{n \times m}(C)$ ,  $C \in M_{p \times n}(C)$ .

It is computed by means of the rank of a certain constant matrix which can be associated to the system.

## OTROS TEMAS

---

## Referencias

- [1] C. Chen, "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, (1970).
- [2] J. Domínguez-García, M. I. García-Planas, *Output controllability analysis of fixed speed wind turbine*, in: IPACS electronic library, 5th Physcon, (2011).

# Alta precisión relativa para matrices totalmente no positivas

RAFAEL CANTÓ<sup>(1)</sup>, MARÍA J. PELÁEZ<sup>(2)</sup>, ANA M. URBANO<sup>(1)</sup>

(1) Institut de Matemàtica Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España.

(2) Departamento de Matemática, Universidad Católica del Norte, Antofagasta, Chile

rcanto@mat.upv.es, mpelaez@ucn.cl, amurbano@mat.upv.es

## Resumen

Consideramos la clase de las matrices *totalmente no positivas* (t.n.p.), es decir, las matrices con todos sus menores menores o iguales que cero. Recordemos que si todos sus menores son no negativos, las matrices son totalmente no negativas y se denotan por TP.

Koev [2, 3] obtiene algoritmos que calculan con alta precisión relativa la inversa, la factorización LDU, los valores propios y la descomposición SVD de matrices TP. El proceso de cálculo para lograr alta precisión relativa se basa en que las matrices TP tienen una única representación como productos de matrices bidiagonales no negativas, en lugar de otros algoritmos que ignoran esta estructura.

Recientemente, Huang [1] estudia el problema de obtener algoritmos de alta precisión relativa con matrices t.n.p. invertibles utilizando una parametrización de la inversa de estas matrices mediante una factorización bidiagonal, esto es, Huang obtiene que la inversa de una matriz t.n.p. invertible puede ser calculada con alta precisión relativa a partir de su factorización bidiagonal.

En esta comunicación consideramos la clase de las matrices t.n.p. invertibles y presentamos algoritmos que calculan con alta precisión relativa una factorización bidiagonal de dichas matrices, y resultados similares a los obtenidos por Koev para las matrices TP. Es importante señalar que la factorización bidiagonal que introducimos se obtiene directamente de los elementos de la matriz t.n.p. aplicando la factorización de Neville, en lugar de utilizar los elementos de la matriz inversa como desarrolla Huang [1].

Este trabajo está subvencionado por los proyectos MTM2010-18228 y Fondecyt 11100029.

**Sección en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS: ALAMA**

---

## Referencias

- [1] R. Huang, On parametrization of totally nonpositive matrices and applications, *Numerical Linear Algebra with Appl.* 19 (2012) 742–753.
- [2] P. Koev, Accurate eigenvalues and SVDs of totally nonnegative matrices, *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 27 (2005) 1–23.
- [3] P. Koev, Accurate computations with totally nonnegative matrices, *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 29(3) (2007) 731–751.

# Estabilidad de sistemas positivos en tiempo discreto

BEGOÑA CANTÓ, RAFAEL CANTÓ, ANA MARIA URBANO

Institut de Matemàtica Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España

bcanto@mat.upv.es, rcanto@mat.upv.es, amurbano@mat.upv.es

## Resumen

Cuando se modela un proceso biológico, químico o económico se obtiene un sistema positivo. Estos sistemas se caracterizan porque las condiciones iniciales de partida, las realimentaciones que puedan tener y la trayectoria del sistema son no negativas. Además, en estos sistemas, las matrices obtenidas en su modelización generalmente también son no negativas, debido a que representan tiempo, dinero, producto, especies, información, etc.

Para poder estudiar el comportamiento de los procesos físicos es muy importante llegar a su estabilidad. De este modo se puede estudiar su comportamiento sin que les afecte las perturbaciones que puedan haber. Un sistema positivo en tiempo discreto viene dado por

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), k \in \mathbb{Z}_+$$

con  $x(0) \geq 0$ ,  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}_+^{n \times n}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $B \in \mathbb{R}_+^{n \times 1}$ , donde  $x(k)$  es el vector de estados y  $u(k)$  es el vector de control.

Es conocido que un sistema homogéneo en tiempo discreto es asintóticamente estable sí y sólo si el valor propio dominante  $\rho(A) < 1$ . Si  $\rho(A) > 1$  el sistema es inestable y si  $\rho(A) = 1$  el sistema es marginalmente estable.

Generalmente los sistemas positivos en tiempo discretos no son estables y su problema de estabilidad, aunque ha sido estudiado por numerosos autores, no está resuelto.

El objetivo de este trabajo es estudiar el problema de estabilidad de un sistema simple-entrada simple-salida que es positivo e inestable, de manera que se mantenga su positividad.

Para ello utilizamos la técnica dada en [1], en la que se puede modificar algunos valores propios de una matriz sin que varíen el resto de valores propios, usando, para ello, un teorema de Brauer.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por MTM2010-18228.

Sección en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS: ALAMA

---

## Referencias

- [1] R. Bru, R. Cantó, R. L. Soto y A. M. Urbano. *A Brauer's theorem and related results*. Central European Journal of Mathematics, 10(1) (2012), pp. 312–321.

# Modelo matemático para el análisis de un proceso infeccioso estacional

BEGOÑA CANTÓ, CARMEN COLL, ELENA SÁNCHEZ

Institut de Matemàtica Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, España

bcanto@mat.upv.es, mccoll@mat.upv.es, esanchezj@mat.upv.es

## Resumen

Aunque la utilización de modelos matemáticos para el estudio de enfermedades infecciosas data de principios del siglo XVIII, actualmente es una de las herramientas que ha experimentado un mayor crecimiento en el análisis de enfermedades. Esto se debe, entre otras cosas, a que una vez construido el modelo matemático se pueden extraer de él propiedades y características de los elementos que lo componen que a primera vista parecían ocultas. Otro motivo importante es que la mayoría de enfermedades infecciosas reales no permiten su estudio de forma experimental por ser muy costoso, peligroso y con la posibilidad de que se pueda extender la enfermedad de forma involuntaria. Por otra parte los modelos matemáticos desarrollados sirven como herramientas para tomar decisiones y prevenir futuras situaciones de epidemias, determinar la prevalencia e incidencia de la enfermedad y controlar o erradicar la misma.

En los modelos epidemiológicos se parte del supuesto de que los individuos se encuentran en uno de los estados posibles. Nuestro modelo se basa en un proceso estacional donde se consideran dos periodos (otoño/invierno y primavera/verano) y en el que aparecen tres estados, entre los que se transmite la enfermedad. Se supone que el crecimiento de la población sólo se puede producir en uno de estos estados.

Otras de las características de nuestro modelo es que utilizamos sistemas discretos para su formulación. Esto se debe a que la aproximación es más realista, ya que las estadísticas de epidemias se hacen a partir de intervalos temporales y no continuamente. Por otra parte, la utilización de la aproximación discreta es muy útil en los casos de que el proceso infeccioso dependa de la edad de los individuos o de un período determinado de tiempo, y esa información tenga que estar presente en el modelo.

El principal parámetro en el estudio de epidemias es el número reproductivo básico definido como el número promedio de infecciones causadas por un individuo infeccioso cuando este es introducido a una población de individuos susceptibles. En este trabajo se compara dicho parámetro utilizando dos formulaciones invariantes asociadas al sistema periódico inicial y se caracteriza la estabilidad del modelo. Recordemos que si el número reproductivo básico a largo plazo es menor que la unidad significa que la epidemia ha sido un brote y si es mayor que uno se trata de una epidemia.

Este trabajo es parcialmente subvencionado por MTM2010-18228.

**Sección en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS: ALAMA**



# Teoría de muestreo en espacios unitariamente invariantes

HÉCTOR RAÚL FERNÁNDEZ MORALES, ANTONIO GARCÍA GARCÍA

Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid

hfernand@math.uc3m.es, agarcia@math.uc3m.es

## Resumen

Este trabajo desarrolla una teoría de muestreo en subespacios  $U$ -invariantes de un espacio de Hilbert separable  $\mathcal{H}$ :

$$\mathcal{A}_a := \left\{ \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n U^n a : \{a_n\} \in \ell^2(\mathbb{Z}) \right\},$$

donde  $U$  denota un operador unitario en  $\mathcal{H}$  y  $a$  un elemento fijo de  $\mathcal{H}$  tal que  $\{U^n a\}_{n \in \mathbb{Z}}$  es una sucesión de Riesz. Estos espacios son una generalización de los espacios invariantes por traslación en  $L^2(\mathbb{R})$ ; donde  $L^2(\mathbb{R})$  es reemplazado por  $\mathcal{H}$  y el operador de traslación por  $U$ . Nuestra motivación principal ha sido el problema de muestreo generalizado en subespacios invariantes por traslación [2], que consiste en recuperar de manera estable cualquier elemento de estos espacios teniendo como datos muestras de ciertos sistemas de convolución  $\{\mathcal{L}_j\}_{j=1,2,\dots,s}$ . Aquí los sistemas están definidos como  $(\mathcal{L}_j x)(t) := \langle x, U^t b_j \rangle_{\mathcal{H}}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , donde  $b_j \in \mathcal{H}$  y  $\{U^t\}_{t \in \mathbb{R}}$  denota un grupo continuo de operadores unitarios para el que  $U \equiv U^1$ . A partir de la sucesión de muestras  $\{\mathcal{L}_j x(rm)\}_{m \in \mathbb{Z}; j=1,2,\dots,s}$ , donde  $r \in \mathbb{N}$ ,  $r \geq 1$ , probamos la existencia de frames de la forma  $\{U^{rm} c_j\}_{m \in \mathbb{Z}; j=1,2,\dots,s}$ , donde  $c_j \in \mathcal{A}_a$ ,  $j = 1, 2, \dots, s$ , tal que para todo  $x \in \mathcal{A}_a$  se cumple la fórmula:

$$x = \sum_{j=1}^s \sum_{m \in \mathbb{Z}} \mathcal{L}_j x(rm) U^{rm} c_j \quad \text{en } \mathcal{H}.$$

Se incluye también un estudio de cuando las muestras están perturbadas por una cierta sucesión de errores  $\{\epsilon_{mj}\}_{m \in \mathbb{Z}; j=1,2,\dots,s}$ . Para este último análisis son esenciales las propiedades del grupo continuo, las cuales nos permiten encontrar un frame  $\{C_{m,j}^\epsilon\}_{m \in \mathbb{Z}; j=1,2,\dots,s}$  en  $\mathcal{A}_a$  con su correspondiente fórmula de reconstrucción:

$$x = \sum_{j=1}^s \sum_{m \in \mathbb{Z}} \mathcal{L}_j x(rm + \epsilon_{mj}) C_{m,j}^\epsilon \quad \text{en } \mathcal{H}.$$

**Sección temática en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS.**

## Referencias

- [1] H. R. Fernández-Morales, A. G. García, M. A. Hernández-Medina, M. J. Muñoz-Bouzo *From shift-invariant to U-invariant sampling*, preprint (2013).
- [2] H. R. Fernández-Morales, A. G. García and G. Pérez-Villalón. Generalized sampling in  $L^2(\mathbb{R}^d)$  shift-invariant subspaces with multiple stable generators. In *Multiscale Signal Analysis and Modeling*, pp. 51–80, Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer, New York, 2012.

# Nuevos desarrollos convergentes de las funciones hipergeométricas ${}_{p+1}F_p$

PEDRO PAGOLA, JOSÉ LUIS LÓPEZ

Departamento de Ingeniería Matemática e Informática, Universidad Pública de Navarra

pedro.pagola@unavarra.es, jl.lopez@unavarra

ESTER PÉREZ SINUSÍA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza

ester.perez@unizar.es

## Resumen

Para evaluar las funciones hipergeométricas  ${}_2F_1$  y  ${}_3F_2$  podemos utilizar desarrollos en series de potencias. Estos desarrollos no son convergentes en todo el plano complejo. En el caso de la función hipergeométrica de Gauss, los puntos  $e^{\pm i\pi/3}$  están excluidos siempre de los dominios de convergencia de los diferentes desarrollos conocidos. En el caso de la función  ${}_3F_2$ , el desarrollo en potencias que aparece en su definición únicamente converge en el disco unidad. En este trabajo hemos obtenido nuevos desarrollos de ambas funciones en serie de potencias convergentes en dominios mas amplios que los existentes hasta ahora. Además esta técnica es aplicable no solo a estas 2 funciones, sino a todas las funciones hipergeométricas generalizadas de la forma  ${}_{p+1}F_p$ .

**Keywords** : Gauss Hypergeometric Function, Hypergeometric Function  ${}_3F_2$ , Generalized Hypergeometric Functions  ${}_{p+1}F_p$ , Approximation by rational functions

# Medical Image Super-Resolution

E. SCHIAVI, A. MARTÍN

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Rey Juan Carlos

emanuele.schiavi@urjc.es, adrian.martin@urjc.es

A. MARQUINA

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valencia

antonio.marquina@uv.es

## Abstract

Medical image super-resolution refers to an emerging research field aiming to improve the trade-off between high image quality and short acquisition time. This is crucial when Magnetic Resonance Images (MRI) are acquired for diagnosis and tracking of neurodegenerative diseases such as Alzheimer and Parkinson. In this talk we propose a new variational model based on the work of Joshi et al. [1]. Our contribution is twofold: first, we consider the Total Generalized Variation (TGV) operator which allows to avoid the so called *staircasing effect* associated to the TV operator; secondly we constraint the image fidelity term to follow a Rician distribution which has been shown to be a faithful model for MRI noisy data. Let  $f$  be the observed low resolution image and  $u$  be the unknown high resolution image. Given a linear downsampling operator  $L$  and fixed  $\lambda, \alpha_0, \alpha_1$  and  $\sigma$  we minimize the energy:

$$J(u) = \text{TGV}_\alpha^2(u) + \lambda \int_{\Omega} [(Lu)^2/(2\sigma^2) - \log I_0((Lu)f/\sigma^2)] dx$$

with  $u \in \text{BGV}_\alpha^2$ , the space of functions of bounded generalized variation. Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  be a bounded, Lipschitz domain, then the  $\text{TGV}_\alpha^2(u)$  term is defined as:

$$\text{TGV}_\alpha^2(u) = \sup \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}^2 v dx / v \in \mathcal{C}_c^2(\bar{\Omega}, S^{d \times d}), \|v\|_\infty \leq \alpha_0, \|\operatorname{div} v\|_\infty \leq \alpha_1 \right\}$$

with  $\mathcal{C}_c^2(\bar{\Omega}, S^{d \times d})$  denoting the space of the twice continuously differentiable symmetric matricial functions with compact support.  $I_0$  is the modified zeroth-order Bessel function of the first kind. For the numerical resolution a first-order primal dual algorithm is applied following [4]. Some preliminary results obtained with synthetic and real brain images kindly provided by the Fundación CIEN-Fundación Reina Sofía of Madrid are presented and discussed.

**Sección temática en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS**

---

## Referencias

- [1] Joshi, S. H., Marquina, A., Osher, S., et al.: MRI Resolution Enhancement Using Total Variation Regularization. ISBI 2009, pp. 161–164.
- [2] Martín, A., Garamendi, J. F., Schiavi, E.: *MRI TV-Rician Denoising*. BIOSTEC 2012, CCIS 357, pp. 255–268 (2013).
- [3] Bredies, K., Kunisch, K. and Pock, T.: *Total Generalized Variation*. SIAM Journal on Imaging Sciences, 3(3), p.492–526. (2010)
- [4] Chambolle, A., Pock, T.: *A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging*. J. of Math. Imaging and Vision Vol. 40 No. 1, 120–145 (2011)

# Sobre un modelo de tráfico en una red

A. JIMÉNEZ-CASAS

Grupo de Dinámica No Lineal, Universidad Pontificia Comillas de Madrid & Grupo CADEDIF de Universidad Complutense de Madrid

ajimenez@upcomillas.es

A. RODRÍGUEZ-BERNAL

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid & Instituto de Ciencias Matemáticas, CSI-UAM-UC3M-UCM

arober@ucm.es

## Resumen

Obtenemos un modelo matemático general que describe la dinámica dada por el tráfico de objetos materiales en una red, (representada por un grafo) que generaliza varios modelos existentes utilizados por ejemplo en las redes de tráfico aéreo. Probamos la existencia de soluciones y analizamos algunos casos particulares.

**Sección en el CEDYA 2013: OTROS TEMAS**

---

## Referencias

- [1] J.K. Hale, L.T. Magalhaes and W.M.Oliva, *Dynamics in Infinite Dimensions*, Springer-Verlag New York, 2002.
- [2] D. Sun, I.S. Strub and A.M. Bayen. *Comparison of the Performance of Four Eulerian Network Flow Models for Strategic Air Traffic Network Flow Models for Strategic Air Traffic Management*. *Networksand Heterogeneous Media* (2007),2,4, 569-594.
- [3] B.Sridhar and P.K. Menon. *Comparison of Linear Dynamic Models for Air Traffic Flow Management*, IFAC, 2005.

# Proyectores de grupo no negativos y órdenes parciales

ALICIA HERRERO, NÉSTOR THOME

Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar  
Universitat Politècnica de València

aherrero@mat.upv.es, njthome@mat.upv.es

## Resumen

En este trabajo se consideran el orden parcial menos (minus partial order) y el orden parcial grupo (sharp partial order) definidos sobre el conjunto de matrices cuadradas [2]. Dentro de este conjunto, es posible destacar las matrices de índice a lo sumo 1 cuyo proyector de grupo es no negativo. En [1], las matrices que producen este tipo de proyectores han sido estudiadas obteniendo una estructura de bloques característica. El objetivo de este estudio es analizar cómo afecta esta estructura por bloques a las matrices ordenadas mediante cada uno de los órdenes parciales anteriores.

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación, DGI MTM2010-18228.

**Sección temática en el CEDYA 2013: ALAMA**

---

## Referencias

- [1] A. Herrero, F. Ramírez, N. Thome. *Relationships between different sets involving group and Drazin projectors and nonnegativity*. Linear Algebra and its Applications, 438 (2013), 1688-1699.
- [2] S.K. Mitra, P. Bhimasankaram, S.B. Malik, *Matrix partial orders, shorted operators and applications*, World Scientific Publishing Company, 2010.

# Effective particle method for traveling wave solutions of the Fisher-Kolmogorov equation: Applications to brain tumor dynamics

JUAN BELMONTE-BEITIA, GABRIEL F. CALVO, VÍCTOR M. PÉREZ-GARCÍA

Departamento de Matemáticas, UCLM, Ciudad Real

Juan.Belmonte@uclm.es, Gabriel.Fernandez@uclm.es, Victor.PerezGarcia@uclm.es

## Resumen

In recent years a number of mathematical models have been proposed to describe specific aspects of malignant glioma progression [2, 4]. Of particular interest has been the use of simple nonlinear reaction-diffusion equations such as the Fisher-Kolmogorov (FK) equation. In the one-dimensional case the FK possesses solitary wave-front solutions [3] whose dynamics has been exploited to approximately mimic the development and invasion of high-grade brain tumors, e.g. glioblastoma [5]. Such a model has also been employed to provide an estimate of the time from tumor genesis, for lower-grade gliomas in their malignant transformation to higher-grade gliomas. The main difficulty, however, was that the associated inverse (and ill-defined) problem for the FK equation was not solved so it remains unclear whether those predictions for the date of birth of lower-grade gliomas are reliable. One possibility to circumvent these difficulties is to find a system of ODEs capturing the key dynamical aspects of the parent PDE and tackling the inverse problem by solving the equivalent system of ODEs. Here we obtain, by resorting to a very simple version of the, so-called, collective coordinate method or effective particle method, a set of ODEs accounting for the dynamics of localized solutions of the FK equation [1]. These solutions are parameterized by means of a small set of time-dependent quantities and a comparison of the finite dimensional equations and the dynamics of the full FK equation is made. The effective equations show excellent agreement with the dynamics of the FK equation. Our set of ODEs equivalent to the FK equation is applied to the problem of estimating the time of lower-grade glioma inception.

**Sección temática en el CEDYA 2013:** Biología Matemática

---

## Referencias

- [1] J. Belmonte-Beitia, G. F. Calvo, V. M. Pérez-García. *Effective particle methods for front and localized solutions of the Fisher-Kolmogorov equation*, Comm. Non. Sci. Num. Sim. (Submitted).
- [2] E. Konukoglu *et. al*, *Extrapolating glioma invasion margin in brain magnetic resonance images: suggesting new irradiation margins*, Med. Image Anal **14**, 111-125, 2010
- [3] J. Murray, *Mathematical biology*, Third Edition, Springer, 2007.
- [4] V. M. Pérez-García, G. F. Calvo, J. Belmonte-Beitia, D. Diego, L. A. Pérez-Romasanta, *Bright solitons in malignant gliomas*, Phys. Rev. E **84**, 021921, 2011.
- [5] K. R. Swanson, R.C. Rostomily, E.C. Alvord Jr, *A mathematical modeling tool for predicting survival of individual patients for lowing resection of glioblastoma: a proof of principle*, Br. J. Cancer, **98** 113-119, 2008.

# Further considerations on minus, star, and sharp partial orders on matrices

NÉSTOR THOME

Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar  
Universitat Politècnica de València, Valencia, Spain

njthome@mat.upv.es

SAROJ B. MALIK

Ambedkar University, Kashmere Gate Felhi, India

saroj.malik@gmail.com

LAURA RUEDA

Departamento de Matemática - Instituto de Matemática  
Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina

larueda@criba.edu.ar

## Abstract

Matrix generalized inverses have been widely investigated from theoretical and applied points of view. One of this applications arises when matrix partial orders are considered. Surely, the most well-known generalized inverse in the literature is the Moore-Penrose inverse used to solve the least-squares problem. Other important generalized inverse is the group inverse, which has important applications in Markov chains. One more kind corresponds to the  $\{1\}$ -inverses that are used, for instance, to find the general solution of a consistent linear system. All of these topics are deeply treated in [2, 3]. The three mentioned generalized inverses allowed to introduce the minus, star, and sharp partial orders on matrices and have applications, for example, in Statistics and Electrical Networks [4]. In this talk, we use a Hartwig-Spindleböck canonical decomposition of matrices [1] to derive characterizations for these partial orders.

This work has been partially supported by Ministry of Education of Spain, grant DGI MTM2010-18228.

**Sección temática en el CEDYA 2013: ALAMA**

---

## Referencias

- [1] R.E. Hartwig, K. Spindleböck, *Matrices for which  $A^*$  and  $A^\dagger$  commute*. Linear and Multilinear Algebra, 14, 241–256, 1984.
- [2] A. Ben-Israel, T. Greville. *Generalized Inverses: Theory and Applications*, John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> edition, 2003.
- [3] S.L. Campbell, C.D. Meyer Jr. *Generalized Inverse of Linear Transformations*. Dover, New York, Second Edition, 1991.
- [4] S.K. Mitra, P. Bhimasankaram, S.B. Malik. *Matrix partial orders, shorted operators and applications*. World Scientific Publishing Company, 2010.

# Solución explícita del problema del valor propio inverso para matrices $J$ -hamiltonianas

LEILA LEBTAHI

Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

leilebep@mat.upv.es

SILVIA GIGOLA

Dpto. de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires,  
Argentina

silgig@yahoo.com.ar

NÉSTOR THOME

Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València

njthome@mat.upv.es

## Resumen

Dada una matriz normal  $J$  tal que  $J^2 = -I_n$ , una matriz  $A$  se llama  $J$ -hamiltoniana si cumple  $(AJ)^* = AJ$ . El problema del valor propio inverso para matrices hermiticas y anti-hamiltonianas generalizadas  $((AJ)^* = -AJ)$  ha sido resuelto en [1]. Un avance del problema del valor propio inverso para matrices normales  $J$ -hamiltonianas ha sido presentado por los autores en [2]. En dicho trabajo se ha resuelto parcialmente el problema de encontrar una matriz normal  $J$ -hamiltoniana  $A$  que cumpla la ecuación  $AX = XD$  donde las matrices  $X$  y  $D$  son conocidas. En esta comunicación se resuelve completamente el mencionado problema, se presentan condiciones que aseguran la existencia de solución y se exhibe una forma explícita de la misma.

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (Proyecto DGI MTM2010-18228).

**Sección temática en el CEDYA 2013:** OTROS TEMAS (ALAMA)

---

## Referencias

- [1] Z. Bai, *The solvability conditions for the inverse eigenvalue problem of Hermitian and generalized skew-Hamiltonian matrices and its approximation*, Inverse Problems, 19, 1185, (2003).
- [2] S. Gigola, L. Lebtahi, y N. Thome, *Actas del IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, Buenos Aires, Argentina, (2013)*.